Anhang
zu der
Geschichte
der
Aerostatik,

von

D. Christian Kramp.

Strasburg,
im Verlage der akademischen Buchhandlung
1786.

Beweis

daß die in meiner

Geschichte der Aerostatik

gegebene Regel

für

Höhenmessung und Dichte der Luft

meine Regel seye.

Nebst dem Versuche

einer vollständigern Theorie

über

specifische Federkraft

und

Ausdehnbarkeit

verschiedener Luftarten.

Innhalt.

Seite

Epistel an Herrn Gottfried Erich Rosenthal, über allerhand merkwürdige Dinge; unter andern über die festen Punkte seines Thermometers, und über die Berichtigung des Barometerstandes durch die Wärme. - - - - - - 1

Definition der specifischen Elasticität. - - - 77

Specifische Federkraft der vorzüglichsten bisher entdekten Luftarten, bey 55 Graden des Fahrenheit'schen Thermometers: aus den Versuchen des Fontana bestimmt. 80

Man soll die Bedingungen des Gleichgewichtes zwischen zwey verschiedenen Luftarten angeben, deren Masse und specifische Federkraft man kennt; und die in einem verschlossenen Raume durch eine flüssige Materie von gleichfalls bekannter Masse und specifischer Schwere von einander abgesondert sind. Die Aufgabe beruht auf einer Gleichung vom dritten Grade. - - 81

Anwendung auf das Luftthermometer. - - 89

Subtangente. Aus ihr läst sich die Geschwindigkeit bestimmen mit der gemeine Luft sich in den leeren Raum ergiesen müste; und auch diejenige mit der sich der Schall in ihr fortpflanzt. - - - - 93

Tafel, welche beyde Geschwindigkeiten berechnet enthält für alle Grade des Reaumur'schen Thermometers. - 95

Eine gleiche Berechnung, für die vorzüglichsten bisher bekannten Luftarten. Die Geschwindigkeit des Schalles verhält sich durchgehends wie die Quadratwurzel aus der specifischen Federkraft. - - - 98

Ob die specifische Federkraft der gemeinen Luft auf jeder Höhe der Atmosphäre eben dieselbe sey? - - 99

Wie es sich mit der Differential-Gleichung zwischen Dichte der Luft und Höhe verhielte, wann die specifische Federkraft eine Funktion der Höhe wäre? - - 103

Beyspiel. - - - - - - 104

Und wann auch die absolute Schwere veränderlich, und einer Funktion der Entfernung vom Mittelpunkte proportional wäre? - - - - - 150 105

Innhalt.

Seite

Die Subtangente verhält sich bey gleichem Grade der Wärme, umgekehrt wie die absolute Schwere. Wie sie für jeden Grad der Breite zu bestimmen sey? . . 107

Wann die absoluten Federkräfte und die Volumina zweyer Luftarten gegeben sind, welches wird die absolute Federkraft der Mischung seyn? . . . 110

Wann die Massen und die specifischen Federkräfte zweyer Luftarten gegeben sind, welches wird die specifische Federkraft der Mischung seyn? . . . 111

Anwendung dieser Lehrsätze auf die Bestandtheile der atmosphärischen Luft. 112

Bewegung der Luft, die auf einen gegebenen Fall des Barometers erfolgen mus. 114

Aufgabe. Es sind zwey Gefässe gegeben, die durch eine gegebene Oefnung mit einander Gemeinschaft haben; und deren jedes eine Luft von gegebener Masse und specifischer Federkraft enthält. Man soll die Zeit bestimmen nach welcher die Bewegung der Luft aus dem einen Gefässe in das andere ganz aufgehört haben mus. 119

Ausdehnbarkeit einer Luft. Koefficient der Ausdehnbarkeit. 128

Man kennt die Ausdehnbarkeit zweyer Luftarten, deren Massen und specifische Federkräfte gegeben sind. Welches wird die Ausdehnbarkeit der Mischung seyn? . 131

Temperatur der Mischung zweyer ungleich erwärmten Luftarten. Prüfung der Richmann'schen Regel aus theoretischen Gründen. 134

Specifische Wärme einer Luftart. . . . 137

Es ist gegeben die Masse, die specifische Federkraft, die Ausdehnbarkeit, und die specifische Wärme zweyer Luftarten: welches wird die Temperatur, die specifische Wärme und die specifische Federkraft der Mischung seyn? . 141

Wie sich die specifische Wärme verhalten müste, wann die specifische Federkraft der Mischung zweyer Luftarten, nach der Allegations-Regel sollte bestimmt werden können? 144

Das Verhältnis der specifischen Wärmen ist eigentlich das Verhältnis der Differentiale der in den Körpern befindlichen absoluten Quantitäten von Wärme. . 150

An

Herrn

Gottfried Erich Rosenthal,

Herzogl. Sächsisch-Gothaischen Berg-Commissarius, der Churfürstlich Maynzischen Akademie nützlicher Wissenschaften zu Erfurt, der Naturforschenden Gesellschaft zu Halle ordentlichen, der zu Berlin Ehren, und der Schlesisch-ökonomisch-patriotischen Gesellschaft korrespondirendem Mitgliede.

Hochzuverehrender Herr!

Sie haben in Ihrer den 22 April des vorigen Jahrs herausgegebenen Beilage zu meiner Geschichte der Aerostatik, die ich erst vor einigen Monaten erhalten habe, und von welcher ich von Ihnen selbst ein Exemplar früher zu erhalten gewünscht hätte, über mich, über mein Buch, und über meine Recension des Ihrigen, laute Klage geführt. Ein Paar algebraische Formeln, von welchen Sie gewis glaubten, daß Sie sie zuerst und allein sagen würden, fanden sie auch in meiner Geschichte der Aerostatik, und flehen deswegen in den wehmüthigsten Ausdrükken das teutsche Publikum um Rache und um Gerechtigkeit an. Ihre **Beyträge zu der Verfertigung, der wissenschaftlichen Kenntnis und dem Gebrauche meteorologischer Werkzeuge** sind das Werk, in welchem Sie glauben, die ganze Theorie des Barometers

und Thermometers erschöpft, und sie zu dem Grade der Vollkommenheit gebracht zu haben, der nothwendig war um diese Aufgabe zu einem neuen Theile der angewandten Mathematik zu erheben; und wenn darinn von einem neuen Thermometer geredet wird, von einer neuen Definition der meteorologischen Fusse, von einer Normal Temperatur, einem Normalmomente, einem Fundamentalgewichte der Atmosspháre, einer fundamentalspecifischen Schwere der Luft, und einer relativen Schwere; so glauben Sie, daß alle diese Dinge zur Erreichung ihrer Absicht nothwendig waren, und daß eben darinn der ungleich grössere Theil ihrer Verdienste bestehe. Nicht völlig so urtheilte ich über Ihr Werk, da man es mir zur Recension überschickte; und so wie ich jetzt noch, wie damals, Ihre Belesenheit, Ihren Fleis, und Ihren Scharfsinn bewundern mus; so wie ich es als eine der ersten Pflichten des Recensenten ansehe, jedem geschäftigen Schriftsteller so viel Gerechtigkeit wiederfahren zu lassen, als es ohne Nachtheil der Wahrheitsliebe geschehen kann; so wie es jetzt noch einer der ersten Grundsätze in meinem Betragen gegen andere ist, Talente, Fleis und Verdienste selbst an denjenigen zu schätzen, von denen ich in eben der Absicht beleidigt worden bin, um mich beleidigt zu fühlen: so erklärte ich doch mit eben der Freimüthigkeit, die eine der vorzüglichsten Eigenschaften jedes Schriftstellers seyn soll, daß die ganze Absicht, die Sie in

ihrem Werke zu erreichen suchen, auch ohne so viele Umschweife hätte erreicht werden können, und daß ich in dem ersten Theile meiner Geschichte auf sehr wenig Seiten das Problem in seiner völligen Allgemeinheit aufgelöst zu haben glaube, wie für jede gegebene Barometer- und Thermometerhöhe die Höhe eines Orts in Toisen, die Dichte der Luft, und ihr Verhältniß zur Dichte des Queckſilbers sehr leicht zu bestimmen sey. Sie konnten mir darinn ihren Beyfall selbst nicht ganz versagen, wie Ihre Beilage offenbar beweist; und geriethen, um sich doch zu rechtfertigen, auf den desperatesten Einfall, der nur beleidigten Schriftstellern eigen seyn kan. Daß ich in dem Augenblick, da ich mein Buch schrieb, Ihre Beyträge vor mir gehabt, sie gelesen, aus ihnen das meinige alles abgeschrieben habe, und ohne Sie nicht auf einen einzigen meiner Lehrsätze jemals gefallen wäre; dies war der Gedanke, der nicht einen einzigen vernünftigen Grund der Wahrscheinlichkeit bey jedem andern für sich gehabt hätte, den aber Ihre, mit lauter meteorologischen Muthmasungen erfüllte Einbildungskraft zum höchsten Grad der Gewisheit erhub. Aus allen Seiten Ihrer Beilage sehe ich soviel, daß Sie der einzige Schriftsteller seyn wollen, der in der Theorie des Barometers und Thermometers alle Probleme aufgelöst, alles Dunkel zerstreut, und überhaupt alles gethan hat, was gethan werden konnte; daß man in Ihren Werken suchen mus, was man

zu wissen verlangt, und daß die Ehre sie zu citiren, ihrem Urtheile nach eine Pflicht seye, die jeder andere Gelehrte als den natürlichsten Dank für ihre Beyträge ihnen abzurichten schuldig ist. Ihre Sprache kündigt ganz den beleidigten und gekränkten Schriftsteller an; und wer Ihre lauten und bittern Klagen über mich, die dringenden Ausdrükke, mit welchen Sie den rechtmäsigen Besitz ihres Eigenthums zurückfodern, die nachdrückliche Widerholung endlich des mit grossen lateinischen Buchstaben geschriebenen Worts MEIN bemerkt, der sollte wirklich auf die Muthmassung fallen, daß ich den gewissenlosesten Diebstahl an Ihnen verübt, Sie um Ehre, Reputation, Vermögen und alles gebracht, Sie in die kümmerlichsten Umstände versetzt, und Ihnen auch das alleräuserste genommen hätte, was zu Ihrer Leibes Nahrung und Nothdurft unentbehrlich war.

Ihre Vorwürfe fallen um so vielmehr ins Lächerliche, da unsere beyden Werke, der zweite Theil Ihrer Beiträge, aus dem ich das Meinige alles gestohlen haben soll, und der erste meiner Geschichte der Aerostatik auf der nämlichen Leipziger Ostermesse 1784 herausgekommen sind, und demnach Ihre Vorwürfe nur unter der Voraussetzung gegründet seyn könnten, daß ich Ihnen Ihr Manuscript entwendet hätte. Sie durchblätterten, vermuthlich nach gelesener Recension, mein Buch, und

erwarteten sich darinn citirt zu sehen: sie waren scharfsinnig genug zu bemerken, daß wir beyde auf sehr verschiedenen Wegen ungefähr auf ähnliche Resultate gekommen waren; allein sie übersahen ganz die chronologische Unmöglichkeit, aus einem Buche etwas abzuschreiben, das zu der Zeit, da man es abgeschrieben haben sollte, noch gar nicht existirte. Ich gestehe, daß ich einen so ungeheuren Anachronismus nie von einem Manne erwartet hätte, der für einen der ersten Geometer unsers Jahrhunderts angesehen seyn will, und der sogar die Mathematik mit einem neuen Theile zu vermehren droht.

Sie können aus diesem Umstande schon schliesen, wie wenig mich Ihre Vorwürfe rühren musten; allein sie ganz auf mir sitzen zn lassen, dies erforderte eine mehr als philosophische Gleichgültigkeit, die sich mit dem Bewustseyn einer gerechten Sache nicht gerne verträgt. Natürlich ist es, daß ich Ihnen antworte; und daß es erst jetzt geschieht, dies müssen Sie allein dem Umstande zuschreiben, daß ich Ihre Beilage erst sechs Monate nach ihrer Bekanntmachung erhielt. Sie haben es versucht, einen Schriftsteller jenseits des Rheins anzugreifen. Sie können sich jetzt auf eine Vertheidigung gefast machen; allein im Falle Sie meine Schrift wieder beantworten sollten, so bitte ich mir die Höflichkeit von Ihnen aus, daß Sie mir ein Exemplar zuschikken, und

und mich nicht sechs oder acht Monate lang in der Unwissenheit lassen.

Sie erlauben, daß ich in meiner Vertheidigung eine der ersten Grundregeln der Moral beobachte, die uns befiehlt, das Lächerliche, und selbst das Böse an andern zu entschuldigen, und so gut auszulegen als man kann. Mit der ganzen Gleichgültigkeit also, mit der ich meine eigenen Arbeiten, und mit der Schonung, mit der ich fremde beurtheile; mit der Sanftmuth, mit der man einem Schriftsteller begegnen mus, der sich einmal für beleidigt und an seiner Ehre gekränkt hält; mit der Höflichkeit, die man uns jenseits des Rheins verpflanzten Söhnen der alten Teutonen so gern zur Last legt, gestehe ich, daß ich Ihnen für Ihre Beilage sehr verbunden bin. Sie haben die darauf sich beziehenden Abschnitte meines Buchs gelesen, mit Aufmerksamkeit gelesen, alle meine Lehrsätze genau abgewogen, und mit ihrem Werke verglichen; eine Achtung, die man ohnehin nicht jedem Schriftsteller erweist. Sie haben nicht umhin gekonnt, ihnen durchaus Gerechtigkeit widerfahren zu lassen, eine einzige Kleinigkeit ausgenommen, von der wir hernach noch ferner reden werden; nur ist die fatale Sache darbey, daß Sie nicht auf die Jahrzahl sahen, und deßwegen verleitet wurden, meine Abschnitte für eine Kopie Ihres Werkes zu halten. Ihr Buch hat Sie Mühe, Zeit,

vielleicht einige schlaflose Nächte gekostet; und an dem allem muste ich, ohne es zu wissen, Ursache seyn. Es ist wahr, daß, so schätzbar mir auch diese offenbaren Beweise Ihrer Gewogenheit sind, ich sie gleichwohl hätte entbehren können; allein es ist besser, einige Aufmerksamkeit zu erregen, als verachtet zu seyn, und ich will lieber, daß Sie über mich und über mein Buch noch zehen dergleichen Broschuren schreiben, wie Sie eine geschrieben haben, als daß Sie es gleichgültig auf ihrem Pulte liegen lassen.

Lassen Sie es uns beyde aufrichtig gestehen, daß es bey einer solchen Kleinigkeit als einer der leichtesten Probleme der Mathematik seyn mus, kaum der Mühe werth ist, Streit mit einander anzufangen. Ich verzeihe es gern den beyden **Bernoulli**, daß oft über das Recht des Eigenthums neuer Lehrsätze, Eifersucht unter ihnen entstund; es war wirklich bey ihnen nur von solchen Gegenständen der Mathematik die Rede, die in ihrem ganzen Zeitalter nur sie erfinden, und auch nur sie mit einander deswegen streiten konnten. Ich entschuldige gar sehr **Leibnitzen**, der vermuthlich ohne von **Newton** etwas zu wissen, seine Infinitesimalrechnung für sich erfunden hatte, wann er sich in gemäsigten Ausdrükken die Ehre seiner Erfindung zueignete, da **Newtons** Anhänger sie ihm zu nehmen bemüht waren. Ich entschuldige **Eulern** und **d'Alembert**, wann

beyde sich mehrere Entdekkungen in der höhern Analysis zuschrieben, die auch jeder für sich erfunden hatte, ohne etwas von dem andern zu wissen. Alle diese Streitigkeiten beruhen auf solchen Gegenständen der Mathematik, die wirklich die grösten Denkmäler menschlicher Erfindungskraft sind; sie trugen alle unmittelbar zur Erweiterung der Wissenschaft bey, und es war der Mühe werth, sich die Ehre der Erfindung dabey zuzueignen, die die einzige Belohnung des Verdienstes war. Allein bey einer solchen Elementaraufgabe wie die unsrige ist, bey der mit den einfachsten Operationen der Arithmetik alles ausgemacht seyn kann, und deren Vorschriften alle so leicht sind, daß man vielleicht die Buchstabenrechnung ganz dabey entbehren könnte, ist es wahrhaftig nicht der Mühe werth, um die Ehre der Erfindung zu streiten; ich würde meine Zeit für diese Wissenschaft für verlohren ansehen, wann ich weiter nichts als dieses zu leisten fähig wäre; und wäre es mir nicht um die Lehrsätze über die specifische Elasticität und Ausdehnbarkeit zu thun, die vielleicht für die Aerologie nicht ganz gleichgültig seyn können, und die meines Wissens noch neu sind, so hätte ich mir nicht einmal die Mühe gegeben, Ihre ungegründeten Vorwürfe zu widerlegen.

Unser beydes Interesse ist in dieser Sache sehr verschieden. Ihr System, das Sie Sich einmal über Barometer und Thermometer gebildet haben, ist, so viel ich

aus Ihrem Buche sehen kann, das mühsame Produkt eines vieljährigen Fleisses, auf dem Ihr ganzes Verdienst als Gelehrter, als Meteorologe, als Geometer, und als Thermometermacher beruht. Ihr System ist aus so vielen Stücken zusammengesetzt, besteht aus so vielen besondern Regeln, die ich nirgends auf einen einfachen und leichten Lehrsatz zurückgeführt finde, daß es selbst für Sie noch mühsam seyn mus, sie alle in Ausübung zu bringen. Sie sind in völligem Besitze der grossen Kunst, Schwierigkeiten zu finden wo keine sind, um zu zeigen daß Sie auch der Mann sind, damit fertig zu werden. So wenig ich an Ihren übrigen Verdiensten und an Ihrem natürlichen Talente zur Mathematik zweifle, so würden doch meinem Urtheile nach für Sie drei oder vier Jahrhunderte erfordert, Mathematik ganz zu studiren, vorausgesetzt, daß Sie aus jedem einzelnen Probleme eine besondere Wissenschaft machten. In der That mus ich aus Menschenliebe wünschen, daß Sie in unserm gegenwärtigen Streite Ueberwinder bleiben mögten; Ihr fester Vorsatz scheint es einmal zu seyn, mit Ihren Kenntnissen einer der ersten Geometer unsers Jahrhunderts seyn zu wollen; und wie mislich stünde es um die Erfüllung dieses Wunsches, wenn Ihr Normalmoment, Ihre Normaltemperatur, und Ihre fundamental-specifische Schwere der Luft, als sehr überflüssige Dinge bewiesen würden?

Die Kleinigkeit hingegen, die ich über die nämliche Materie geschrieben habe, war bey mir nichts weiter, als die sehr leicht zu erhaltende Frucht einiger nicht ganz unnütz angewandten Augenblikke meines mathematischen Lebens. Ich studirte den Abschnitt der Aerometrie eben so, wie ich die meisten Theile der Mathematik studirt habe; und ich fand in ihr noch nicht die Hälfte der Schwierigkeiten, die auch der fähigste Kopf bei den allerleichtesten Problemen der Astronomie, der Optik, der höhern Mechanik immer vor sich finden mus, so lang er sich selbst überlassen, von keinem Lehrer geführt wird. Der Mariottische Lehrsatz, die Dichtigkeit verhalte sich wie der Druk, fand ich noch bey allen Schriftstellern der Mathematik als allgemein angenommen, und dieses führte mich, so wie alle andere, auf die ganz natürliche Folge, daß nach dem Verhältnis der Höhe über dem Horizonte, die Dichte der Luft, und der ihnen proportionale Barometerstand, wie die Ordinate einer logarithmischen Linie abnehmen müsse. Die logarithmische Linie selbst hängt, wie bekannt, von ihrer Subtangente allein ab, die immer unverändert bleiben mus, da unterdessen ihre Ordinaten durch alle mögliche positiven Werthe vom unendlich Kleinen bis ins unendlich Grose fortgehen müssen; von der Subtangente also, die mit keiner einzigen ihrer Ordinaten in irgend einer Verbindung steht, und für jede logarithmische Linie eine beständige Grösse ist. Es war

natürlich daraus zu vermuthen, daß die Subtangente der logarithmischen Linie, die bey den Barometerhöhen und bey der Dichte der Luft zum Grunde liegt, weder von der einen noch von dem andern abhängen könne, und folglich einer ganz andern Eigenschaft der Luft proportional seyn müsse, die von beyden unabhängig ist, und mit keiner für sich allein betrachtet, in einiger Verbindung steht.

Die Abhandlung des Bouguer führte mich damals auf die erste Vorstellung der specifischen Federkraft. Er wuste noch kein Wort von den künstlichen Luftarten, deren Daseyn sich die neuere Chemie mit allem Rechte zueignet. Allein Bouguer mas Berge, die weit über die höchsten Gebürge von Europa hinausgehen, und fand gegen seine Erwartung, daß den angestellten Messungen mit dem Barometer zufolge, die höhere Luft immer dünner sey, als sie nach dem Mariottischen Gesetze seyn sollte, ohngeachtet das Thermometer immer fiel. Es führte dieses Bouguer auf den Unterschied zwischen der absoluten und specifischen Federkraft. Offenbar überzeugt, daß die untere Luft nicht die absolute Federkraft ausübe, die man nach dem Mariottischen Gesetze um so viel mehr von ihr erwarten sollte, da sie ungleich erwärmter war, wurde Bouguer darauf geführt, daß zwei Luftarten bey gleicher Dichte und gleicher Wärme sehr ungleichen Widerstand ausüben kön=

nen, daß es also eine absolute und specifische Federkraft jeder Luft geben müsse: ein Gedanke, der von Bouguer's Nachfolgern, und selbst von dem grossen Lambert nicht mit dem Beyfall aufgenommen wurde, als er es verdiente.

Euler, der alle Probleme der Mathematik auf den höchsten Grad der Vollkommenheit gebracht zu haben schien, arbeitete die nämliche Materie in seiner Abhandlung über die astronomische Refraktionen nach Grundsätzen aus, mit welchen sich die Wissenschaft vom Gleichgewichte flüssiger Körper nicht völlig verträgt. Er suchte den ganzen Unterschied, der zwischen der wirklichen Anordnung der Schichten der Atmosphäre und dem Mariottischen Gesetze seyn kan, allein in der ungleichen Temperatur der Luft; nahm für diese verschiedene Hypothesen an, und brachte auf diese Art verschiedene Formeln heraus, zwischen Dichte der Luft, Barometerstand und Höhe, die alle von dem logarithmischen Lehrsatze sehr merklich abweichen. Allein bey Seite gesetzt, daß überhaupt es durch Versuche, und nicht durch Hypothesen ausgemacht werden mus, in welchem Verhältnisse sich die Luft für jeden Grad des Thermometers ausdehne, und daß die ganze wissenschaftliche Kenntnis des Thermometers für das Eulerische Zeitalter noch viel zu unreif war, so scheint es überhaupt zwar geometrisch möglich, aber physisch unmöglich, daß weniger

elastische Luft auf mehr elastischer ruhen solle; und wann daher in höhern Regionen das Thermometer fällt, so mus man daraus mit Gewisheit schliessen können, daß sie bey gleicher Dichte und bey noch geringerer Wärme doch noch elastischer sey, daß aber ihre Elasticität durch ganz andere Verhältnisse und durch andere beständige Grösen ausgedrükt seyn müsse.

Lamberts im Jahr 1764 geschriebene Abhandlung schien mir vor der Eulerischen grose Vorzüge zu haben. Er wuste mit seiner grosen Belesenheit die vorzüglichsten Schriftsteller über Barometerhöhen, und die wichtigsten bis dahin bekannt gemachten Versuche mit einander zu vergleichen; und benutzte vorzüglich Bouguer's nahe beym Aequator vorgenommene und an den höchsten Gebirgen der Erde angestellte Messungen sehr, folgerte aus ihnen gleichfalls, daß die Luft in den höhern Regionen dünner sey, als sie nach dem Mariottischen Gesetze seyn sollte; und daß also, wann Dichte der Luft und Barometerstand in geometrischem Verhältnisse abnehmen, die zugehörigen Höhen in einer stärkern als der arithmetischen Progression zunehmen müssen. Lambert berechnete, welches ungefähr die wahre Formel zwischen Barometerstand und Höhe seyn könne, und construirte darnach eine Tafel, die für die mittlere Barometerhöhe im Horizonte 28 Zoll die Höhe darstellt, die jedem niedrigern Barometerstande

zugehören könnte. In ihm fand ich es sehr deutlich ausgedrückt, daß jeder Unterschied der Höhen das Produkt der Subtangente mit dem zugehörigen Unterschiede der hyperbolischen Logarithmen zweier Barometerstände sey; daß diese Subtangente das Maas der Wärme sey; und daß sie die wahre Höhe der Atmosphäre seyn würde, wann sie bey gegebener absoluten Federkraft im Horizonte durchaus gleich dicht wäre.

Nach so deutlich gesagten Lehrsätzen blieb überhaupt Lamberts Nachfolgern zur vollkommenen Theorie der Höhenmessungen wenig mehr übrig. Es fehlte nichts mehr dazu, als die Subtangente für jeden Grad des Thermometers berechnet zu wissen. Lambert selbst hatte schon sehr vieles dazu dadurch vorbereitet, daß er bey Gelegenheit seines Luftthermometers das Volumen einer gewissen Masse atmosphärischer Luft bey unveränderter absoluten Federkraft vom Frierpunkte bis zum Siedpunkte hin auf 1000:1370 festsetzte. Zur völligen Verfertigung einer solchen Tabelle gehörte nichts weiter, als ein einziger Versuch, durch welchen die Höhe in Toisen bestimmt würde, welcher der Fall des Barometers um eine gegebene Grösse bey einer gewissen Temperatur der Luft entsprach.

Diesen erwünschten Versuch fand ich endlich in de Luc's Untersuchungen über die Atmosphäre. Durch

ihn wissen wir, daß bei 16¼ Graden des Reaumurischen Thermometers ein Barometerstand von 29 Zoll, auf 12497 Tausendtheilchen einer Toise, um eine Linie fällt. Mehr brauchte es sich nicht, um für diese Temperatur, so wie für jede andere die Subtangente der atmosphärischen Linie in Toisen genau zu bestimmen; und hiemit war denn auch das Problem aufgelöst, aus dem Verhältnis der Barometerstände bey gegebener Temperatur der Luft, die Höhe, und die zugehörige Dichte der Luft zu berechnen; und allen den Bedingungen ein vollkommenes Genüge zu leisten, die bisher bey der Auflösung des Problems verlangt worden.

Soll also die Frage so wichtig seyn: welcher unter denjenigen, die eine Entdekkung gemacht haben, der erste war? und soll erst durch sie das ganze Verdienst eines Gelehrten ohne alle Rücksicht auf gehabte Mühe und Fleis entschieden werden; so werden Sie selbst gestehen müssen, daß von allen Bemühungen des Herrn de Luc um die Berechnungen der Meteorologie auf ihn ausschliessend sehr wenig zurükfällt. Seine Verdienste sind von zweierlei Art. Verbesserung der Instrumente; hierinn hat allerdings ohngefähr de Luc die Verdienste, die Tycho zu seiner Zeit in der Astronomie hatte; und genauere Bestimmung der gegebenen Grössen, von welchen nur die leztere dem Herrn de Luc ihre Entdekkung allein zu verdanken hat. Die

erstere, die Ausdehnung einer gegebenen Masse Luft vom Gefrier= bis zum Siedpunkte, bestimmte schon **Lambert**; das von ihm gefundene Verhältnis war die Basis seines Luftthermometers, und stimmt mit dem **Mayer'schen** ziemlich überein. Allein es ist noch ein Dritter da, dem beyde die Ehre überlassen müssen; es ist **Mayer**, der die genaueste Bestimmung der Dichte der Luft für jede Barometer= und Thermometer=Höhe zu seinen astronomischen Beobachtungen unendlich nothwendiger, als irgend ein anderer Naturforscher zur Meteorologie brauchte. Schon im Jahr 1753, bey nahe 20 Jahre vor dem de **Luc'schen** Werke beobachtete **Mayer**, daß die mittlere Refraction für 10 Grade des Reaumurischen Thermometers bey unveränderter Barometerhöhe um $\frac{1}{22}$ vermindert werde. **Mayer** wurde durch seine Beobachtungen davon überzeugt; und die allgemeine Formel, die astronomische Strahlenbrechung für jede Höhe über dem Horizonte, und für jeden Stand des Barometers und Thermometers zu finden, die er in der Erklärung seiner nach England geschikten Mondstafeln gegeben hat, und die, wie versichert wird, mit der Erfahrung übereinstimmen soll, zeigt uns deutlich an, daß **Mayer**, der selbst in der Gattung von Beobachtungen einer der ersten Männer Europens war, die unter allen die schwerste ist, nicht nur das Verhältnis, nach welchem sich die Luft bey gegebenen Graden des Thermometers ausdehnt, völlig gefunden hatte,

son=

sondern seine Anwendung auf die verwikkeltsten Untersuchungen der höhern Geometrie, und die feinsten Beobachtungen der Astronomie vollkommen kannte; zu einer Zeit, da Lambert über Dichte der Luft und Wärme noch keine Zeile geschrieben hatte, und de Luc an die Modificationen der Atmosphäre noch nie im Ernste gedacht hatte.

Kein Wort von dem allem soll gesagt seyn um de Luc's Verdienste zu verkleinern. De Luc bleibt immer einer der vorzüglichsten Physiker unsers Zeitalters, und sein Werk verdient um so viel mehr Bewunderung, da es bey ihm eine Nebensache war, und ihn niemals hinderte, die weitläufigen Geschäfte seiner Familie zu versehen, die mit der Gelehrsamkeit in keiner Verbindung stunden, und in der Vertheidigung der gemeinen Freiheitssache seines Vaterlands einer der ersten Bürger seines Staates zu seyn. De Luc war es, der die ganze Mannigfaltigkeit der Talente besaß, um durch die weitläufigste Lekture, einen unermüdeten und feinen Beobachtungs-Geist, Kenntnisse in allen Theilen der Litteratur und Naturkunde, Beredsamkeit so wie sie in republikanischen Staaten nothwendig ist, den reinsten Stil, der des besten Schriftstellers in Frankreich nicht unwürdig wäre, Unabhängigkeit von den Meinungen anderer, so berühmt sie auch waren, grosmüthige Anwendung seines Vermögens zum Besten der Wissenschaften, und ein

so sehr geschäftiges Leben, als es kaum von Gelehrten erwartet werden konnte, immer die Ehre des französischen Helvetiens, und einer der merkwürdigsten Männer unsers Jahrhunderts seyn wird. Allein so wie es allerdings erlaubt ist, an dem Hofmanne, und an dem Philosophen Plato Fehler zu finden, von welchen der Geometer Plato frey ist; so wie man es sagen darf, daß der grosse Philosoph, Consul und Redner Cicero sehr unrecht hatte, wann er zuerst dem Pompejus, dann dem Cäsar, und nach ihnen dem Oktavianus auf eine Art schmeichelte, in welcher man den lebhaften Vertheidiger der Römischen Freiheit nicht mehr erkennt; daß der grosse Tycho, so oft ihm auf dem Felde ein Haase entgegen lief, von seiner astronomischen Höhe weis nicht wie tief herabsank; daß der grosse Newton ohne seine vorgehabte Reformation der Chronologie, vielleicht auch der grosse Leibnitz ohne die vorbestimmte Harmonie noch grösser gestorben wäre; daß der größte Französische Dichter Voltaire in der teutschen Reichshistorie ein grosser Stümper war; und daß Priestley besser thäte, wann er die Dogmatik ungestört liesse; und so wie es überhaupt die natürlichste Sache von der Welt ist und seyn mus, daß der größte Staatsmann in einigen Sachen bewundernswürdig und unerreichbar, in andern sehr mittelmäsig seyn kan; so wird es hoffentlich auch erlaubt seyn in dem de Luc'schen Werke den grossen Beobachter, den emsig-

sten Physiker, aber nicht den Geometer, nicht den Kalkulateur, nicht den Mathematiker zu finden; es wird erlaubt seyn es freymüthig zu sagen, daß durch eine nicht ganz glükliche Wahl seiner Methode de Luc mehr als ein halbes Alphabet mit Sachen angefüllt, die mit einem mehr für Geometrie und Analysis geschaffenen Geiste auf etwa 12 oder 20 Seiten vollständiger hätten können gesagt und besser bewiesen werden.

Ich verstehe hierunter die ganze Art, wie de Luc die von ihm gemachte Beobachtung zur Auflösung seines Problems benutzt hat. Er fand, daß bey der Temperatur 16¾ Grade des Reaumurischen Thermometers auf einer Höhe von 12,497 Toisen, das Barometer von 348 Linien auf 347 Linien gefallen war; eine Beobachtung, die wir ihm alle öffentlich danken, die zur vollständigsten Auflösung des Problems allein noch fehlte, und von der ihm die Ehre ausschliessend gebührt. Bey dieser Temperatur war es nicht schwer auf das Theorem zu fallen: **der Unterschied der gemeinen Logarithmen zweier Barometerstände mit 10000 multiplicirt, ist gleich dem Unterschiede der Höhe.** Allein so viel sahe sehr wohl de Luc ein, daß seine Regel nur bey der beobachteten Temperatur brauchbar war, in dem Falle nämlich, da nach meiner Thermometersprache die Subtangente 4342,704 Toisen beträgt. Für jeden andern Fall hatte die nämliche Regel, nur bey einer andern Sub-

tangente statt; und es wäre die leichteste Sache von der Welt gewesen, ein für allemal die Tafel zu berechnen, die für jeden Grad des Thermometers die Subtangente enthält. Allein ihm fiel von allem kein Wort bey. Er blieb darauf, in jedem Falle seine Rechnung völlig so zu führen, als wenn seine Temperatur 16¾ Grade des Thermometers sey; und dann die fehlerhaft gefundene Höhe mit so viel 215 Theilchen zu vermehren oder zu vermindern, als er Grade über oder unter der beobachteten Temperatur fand. Das an sich gute Verfahren setzte für jeden Fall eine kleine Rechnung voraus. Allein de Luc fürchtete sich vor der leichtesten Regel de Tri ärger als ein anderer vor dem Newtonschen Parallelogramm, oder vor der Rectifikation der Ellipse, und wuste sich nicht anders als mit einem neuen Thermometer zu helfen. Er that dieses, setzte seine Null dahin, wo auf der Reaumurischen Skale 16¾ steht, den Siedpunkt auf 147, den Eispunkt auf 39, und erreichte dadurch deu grossen Vortheil, seine Division durch eine Multiplikation ersetzen zu können, die im Grunde nicht um Haar weniger mühsam ist.

Und so entstund die de Luc'sche Berichtigung der gefundenen Höhe. Mir gefiel sie nie; und ich bediene mich gern dieser Gelegenheit, mich deutlich darüber, und wie ich wünschte, das letzte Mal zu erklären.

Wir wissen was dergleichen Berichtigungen, oder sogenannte Gleichungen in der Astronomie sind. Dort verstehen wir unter der Gleichung die kleine, sowol positive als negative Grösse, die immer zu dem Resultate einer vorhergegangenen Rechnung addirt werden mus, deswegen weil diese Rechnung sich auf eine Hypothese gründet, die sich zwar nicht weit von der Wahrheit entfernt, die sich aber doch wirklich von ihr entfernt. Es sagt uns die Astronomie, daß der eigentliche Weg der Sonne durch die Zeichen der Ekliptik nicht ganz kreisförmig, und daß in diesem unvollkommenen Kreise, ihre Bewegung nicht ganz gleichförmig sey. Wir berechnen also zuerst die mittlere Anomalie der Sonne unter der Voraussetzung einer vollkommenen Kreislinie, und einer gleichförmigen Bewegung, und setzen alsdann noch dasjenige hinzu, um welches uns eine nicht ganz richtige Voraussetzung von der Wahrheit abführen muste. Ebenso entstand die Gleichung für die Zeit. Unsere Berechnungen alle gehen darauf hinaus, daß für alles, was sich ereignen soll, zuerst die mittlere Zeit gesucht, und dann mit Hilfe der Gleichung auf die wahre zurückgeführt wird. Völlig aus der nämlichen Ursache finden wir in der jetzigen Berechnung des Mondenlaufs bey 15 verschiedene Gleichungen, alle dazu bestimmt, daß eine nach der leichtesten und natürlichsten Hypothese noch sehr unvollkommen berechnete Grösse durch die erste Gleichung zum Theil

verbessert, durch eine zweite noch genauer berichtigt; und so durch widerholte Verbesserungen endlich auf ihren wahren Werth gebracht wird. Die Beschaffenheit unserer Astronomie macht diese Gleichungen nothwendig, und selbst diejenigen Probleme sind nicht von ihnen frey, wobey es in den allerwenigsten unserer wissenschaftlichen Werke ausdrüklich erinnert wird. Eines der ersten und leichtesten Probleme der sphärischen Astronomie ist zum Beyspiel dieses, wenn Polhöhe und Abweichung der Sonne gegeben sind, den Augenblick ihres Aufgangs und Untergangs zu finden. Die Abweichung, die hier für die wahre Zeit bestimmt werden mus, und, da der Augenblick ihres Aufgangs selbst noch die gesuchte Grösse ist, nicht anders als für die Mittagsstunde desselbigen Tages berechnet werden kan, ist bey dem Aufgang der Sonne gewis nicht dieselbe, die sie beym Mittage, und beym Mittag nicht, die sie beym Untergange seyn wird. Wir berechnen also zuerst die Abweichung so, als wann sie denselbigen ganzen Tag unverändert bleiben würde, suchen die Gleichung dazu auf durch sphärische Trigonometrie, uud sind alsdann erst versichert, unser Problem aufgelöst zu haben. So machte wenigstens ich es, da ich mir allein überlassen, die Anfangsgründe der Astronomie studirte; und ich würde das mathematische Talent eines jungen Geometers sehr in Zweifel ziehen, dem sein gesunder Menschenverstand nicht selbst rathen würde, eine unentbehr-

liche Vorsicht zu gebrauchen, an welche man nicht lange nöthig haben sollte erinnert zu werden.

In diesen Fällen sind Gleichungen, Berichtigungen einer ungefähr berechneten Grösse durchaus nothwendig. Die Grösse selbst, auf einmal genau berechnet, durch eine einzige Formel finden zu wollen, dies würde uns in unendliche Schwierigkeiten verwikkeln, und für unsere Analysis ein so viel als unmögliches Unternehmen seyn. Allein der Fall bey Höhenmessungen ist dieses gar nicht. Ich glaube deutlich genug gezeigt zu haben, wie für jeden Grad des in unsern Gegenden am meisten bekannten Reaumurischen Thermometers, und für jeden gegebenen Unterschied der Barometerhöhe die gesuchte Höhe durch eine in allen Fällen gleich leichte Rechnung zu finden seye. Es kommen hyperbolische Logarithmen dabey vor, auf die mich meine Integralrechnung immer unmittelbar führt, und über die man sich jetzt gar nicht mehr zu beschweren hat, da sie von **Wolfram** bis auf 10000 mit einer Genauigkeit berechnet sind, die für unsere Absichten mehr als hinlänglich ist. Der Faktor, mit dem multiplicirt werden soll, ist für alle Grade des Thermometers berechnet; und die Multiplikation selbst wird doch hoffentlich keinen abschrökken, der unter die Geometer gezählt seyn will. Meine Regel ist des einfachsten Beweises fähig; sie beruht auf den einfachsten Grundsätzen vom Gleichge-

wichte elastische Körper; und nie würde ich es mir einfallen lassen, einen besondern Theil der Mathematik aus ihr zu machen; denn auch mein Vortrag, so wie ich in meinem Buche davon gehandelt habe, ist für eine solche Kleinigkeit noch viel zu weitläufig.

Ich gestehe, daß freilich in einer sol zusammengesetzten Materie noch viel zu thun ist. Die einzige Theorie, die wir noch dazu haben, beruhet auf einigen nicht ganz sichern Grundsätzen; und gesetzt auch, daß die Mathematik den Einfluß dieser kleinen Fehler durch allgemeine Ausdrükke bestimmen könnte, so würde die Naturlehre noch viel zu unreif seyn, ihre Vorschriften auszuführen.

Unsere atmosphärische Luft ist ein Gemische einiger anderer elastischer Wesen, deren jedes für sich durch gegebene Grade der Wärme nach besondern Verhältnissen ausgedehnt wird.

Die Ausdehnbarkeit der gemeinen Luft also wird die mittlere zwischen ihnen seyn; und man wird in der Folge dieses Werkchens das Problem aufgelöst finden, wie der Koefficient der Ausdehnbarkeit eines zusammengesetzten elastischen Wesens aus den Koefficienten seiner Bestandtheile zu bestimmen sey. Allein das Eudiometer beweist uns offenbar, daß diese Bestandtheile nicht immer in gleichen Verhältnissen unter sich vermischt sind;

und eine unmittelbare Folge daraus ist diese, daß die Luft nicht immer durch gegebene Grade der Wärme im nämlichen Verhältnisse ausgedehnt werde. Aus dieser sehr natürlichen Bemerkung lassen sich die Verschiedenheiten sehr gut erklären, die man bey dieser Sache zwischen Mayer, la Caille, Lambert, de Luc, Bonne, und Schukburgh findet. So fand la Caille, das vom 10ten Grade des Thermometers bis zum 20sten das Volumen der Luft sich um $\frac{1}{27}$ vermehre. Seine Angabe ist von der Mayer'schen sehr verschieden; und doch waren beyde Beobachter geübt genug, um über solche Fehler hinausgesetzt zu seyn, die sich vermeiden lassen. Allein es steht auch kein Wort davon geschrieben, daß auf dem Vorgebürge der guten Hofnung die Atmosphäre aus fixer, phlogistisirter und dephlogistisirter Luft völlig in ebenden Verhältnissen zusammengesetzt seyn müsse.

Es folgt hieraus, daß gleiche Grade des Thermometers nicht immer gleiche specifische Federkraft der Luft anzeigen. Offenbar bestätigt sich dies dadurch, daß auf grössern Höhen das Thermometer fällt. Sollte die specifische Federkraft der Luft den Graden der Wärme ebenso proportional seyn, wie es die gemeine Regel erfordert, so würde folgen, daß die höhere Luft weniger elastisch ist als die untere; und da die nothwendigen Bedingungen des Gleichgewichts zwischen elastischen

Materien uns die physische Möglichkeit dieses Satzes sehr verdächtig macht, so ist es noch eine grosse Frage, ob die von Lambert, de Luc, Mayer bestimmten Gesetze über die Ausdehnbarkeit der Luft durch gegebene Grade der Wärme in allen höhern Regionen der Atmosphäre allgemein richtig sey.

Die Luft also ist vermuthlich um so viel elastischer, je höher sie liegt; allein welches ist dann das wahre Gesetz zwischen specifischer Federkraft und Höhe? dies ist eine Frage, die noch kein Naturforscher aufzulösen gewagt hat. Die unendliche Anzahl von Versuchen hat noch bisher jeden abgeschrökt, das unabsehbare Feld von Beobachtungen zu betreten, deren Ausgang noch immer sehr ungewis wäre. Man wird weiter unten die sehr leichte Differentialformel zwischen Höhe, Barometerstand, und veränderlicher specifischer Federkraft finden, die auf den einfachsten Grundsätzen vom Gleichgewichte beruht, die aber noch eine lange Zeit ungebraucht liegen kan.

Und dies ist dann die sehr natürliche Reihe von Lehrsätzen, von welchen Sie Sich haben einfallen lassen der Erfinder zu seyn. Erwarten Sie nicht, daß ich Ihr Vorgeben ernsthaft widerlege; ich würde mich vor den grössern Geometern unserer Zeit schämen, die über dergleichen Kleinigkeiten mitleidig die Achseln

zukken müsten; und hätte denn einer Unrecht, der uns beyden zurufte:

> Zankt nicht um euere hohe Gaben
> Ihr Gründlichen, und bleibt in Ruh,
> Du demonstrirst wie er, und er so fein wie du.
> Allein so lange wir Leibnitze vor uns haben,
> So hört euch keine Seele zu.

Noch einmal gesagt, es gehörte mehr dazu, bis ich mich wirklich in einen gelehrten Streit von der Art einliesse. Ihr ganzer Einfall ist um so viel abentheuerlicher, da das Datum meines Buchs Sie offenbar widerlegt; und Ihre ganze Behauptung beruht auf noch weit lächerlichern Gründen, als die Erdbeben des Herrn Superintendent Ziehen.

Sie wissen es schon aus meiner Recension, daß ich von Normaltemperaturen kein grosser Freund bin; und überhaupt nicht einsehe, wozu eine doppelte Rechnung dienen soll, wann eine einfache mehr als hinlänglich ist. Soll dieses durchaus mit dem Beyspiele eines grossen Mannes bewiesen werden, der sein Thermometer und Barometer vollkommen kannte, in der wissenschaftlichen Kenntnis davon die gröste Geometer und Naturforscher seiner Zeit hinter sich lies, der beyde Werkzeuge alle Augenblikke zu den erhabensten Absichten der höhern Mathematik brauchte, wogegen alle Ih-

re Probleme mit Höhenmessungen wahre Kinderspiele sind: so sey es wieder der berühmte Göttinger Astronome, den ich schon mehrmals angeführt habe. Mayer gibt seine allgemeine Formel über die astronomische Refraktionen für jeden beliebigen Grad des Barometers und Thermometers an. Es ist mit keinem Worte dabey von Normaltemperatur, Normalmoment, Fundamentalgewicht der Atmosphäre, und Fundamentalspecifischer Schwere der Luft die Frage; ein für allemal durch Beobachtungen belehrt, daß bey der Barometerhöhe von 28 Zoll, und einer Thermometerhöhe von 10 Graden die Stralenbrechung bey einer Höhe von 45 Grad eine bestimmte Grösse habe; belehrt, daß für andere Grade des Thermometers sich das Volumen einer gegebenen Masse Luft nach bestimmten Verhältnissen ausdehne; daß bey grössern Höhen die Refraktion sich verhalte wie die Dichte der Luft, und diese wie die Masse durch das Volumen dividirt, berechnete Mayer seine allgemeine Formel, die wirklich für alle Grade des Thermometers gleich anwendbar ist. An den scharfsinnigen Einfall, von seiner Barometerhöhe etwas abzuziehen, um sie auf eine gewisse Temperatur zurük zu führen, dachte der Kepler des achtzehnten Jahrhunderts nicht; er blieb noch dem alten einfältigen Vorurtheile getreu, daß man die Temperatur des Quecksilbers im Barometer so nehmen müsse wie sie ist, und nicht, wie sie unter der oder jener Voraussetzung wäre.

Dies ist es, was ich überhaupt über den ganz natürlichen Gang meiner Ideen zu sagen hätte. Der sehr natürliche Gedanke, die Subtangente meines Systems verhalte sich wie die specifische Federkraft, und lasse sich für jeden Grad des Thermometers durch eine sehr leichte Formel bestimmen, war der Grundsatz des Ganzen, und das übrige alles nur eine sehr leichte Folge davon. Mein Buch selbst habe ich dem Urtheile solcher Kenner längst überlassen, die es noch von einer andern, als blos von der Seite der Höhenmessungen zu beurtheilen wissen. Ihr Beifall fiel besser für mich aus, als ich es selbst erwartet hatte; vollkommen überzeugt, daß man zu Ende des achtzehnten Jahrhunderts unendlich mehr leisten müsse, um den Namen eines Geometers zu verdienen, hätte ich ohne Sie beynahe schon wieder vergessen, daß ich mein Buch jemals geschrieben habe.

Lassen Sie uns zwischen meinem und Ihrem Werke, die beyde auf der Leipziger Ostermesse 1784 herausgekommen sind, eine Vergleichung anstellen. Ich nenne mit Fleis das meinige zuerst: von meinen Vorschriften weis ich gewis, wann ich sie entdekte, und wie alt sie sind; allein von Ihren Erfindungen ist mir die Zeitrechnung immer noch zweifelhaft; und aus verschiedenen Stellen Ihres ersten Theils mus ich schliessen, daß damals das meiste von Ihrem noch künftigen zwei-

ten Theile eben so wenig gedacht als geschrieben war. Sie haben mir in Ihrer Beilage die unerwartete Höflichkeit einer ziemlich genau angestellten Vergleichung unserer beyden Werke erwiesen; und eine Höflichkeit ist allerdings der andern werth. Sie haben sich mit der grösten Freimüthigkeit ausgedrükt; die Wahl Ihrer Ausdrükke zeigt deutlich an, daß es Ihre vornehmste und einzige Absicht war mich die ganze Grösse Ihres Unwillens fühlen zu lassen; und so wie ich Sie versichern kan, daß bey uns dißseits des Rheins ebendieselbe Freimüthigkeit geschäzt wird, die überhaupt die anständigste Tugend der Einwohner gesitteter Staaten seyn soll, daß ihre Geseze uneingeschränkt, und ihre Vorrechte heilig sind, bey uns zu Strasburg, ebenso sehr als auf irgend einer Universität; so freue ich mich, Ihnen in gegenwärtiger Epistel ein klares Beispiel davon geben zu können. Meine erste Recension war Ihnen nicht gut genug. Sie sollen jezt eine bessere haben, die an Nachdruk, Vollständigkeit, und dem höchsten Grade der Freimüthigkeit mit der erstern in keinen Vergleich kommen soll. Meinen Spott werden Sie bisweilen fühlen müssen; Sie müssen sich aber nicht gleich darüber ärgern; es ist die ganz natürliche Folge Ihres höchst sonderbaren Verfahrens gegen mich. Ich kan Ihnen nicht sagen, wie lächerlich mir es vorkam, mich in Machtsprüchen als den Abschreiber eines Buchs öffentlich aufgestellt zu sehen, von dem ich

erst sechs Monate hernach die erste Nachricht seines Daseyns erhielt, und ohne Herrn Prof. Hermann, der es von mir recensirt haben wollte, vielleicht noch keine Sylbe davon wüste.

Sie nennen Ihr Buch **Beyträge zum Gebrauch meteorologischer Werkzeuge.** Nehmen Sie mir es nicht übel, wann ich Sie versichere, daß ich unter einer solchen Aufschrift unendlich mehr erwartet hatte, allein in dieser Absicht sehr getäuscht wurde.

Meteorologische Beyträge, ganz zu Ende des achtzehnten Jahrhunderts, zu einer Zeit, da unsere reine Mathematik auf dem höchsten Gipfel der Vollkommenheit steht, auf dem sie entweder stehen bleiben oder wieder sinken mus; da unsere höhere Analysis blüht, da die Infinitesimalrechnung ein Jahrhundert hindurch durch das unerschöpfliche Genie eines **Euler**, eines **d'Alembert**, eines **la Grange** so viele Zusätze erhalten hat, daß sie vielleicht von ihren grossen Erfindern selbst nicht mehr erkannt würde; zu einer Zeit, da unsere Naturlehre in ihrer glänzendsten Periode steht, die Luft in ihre Bestandtheile zerlegt, und jeder dieser Bestandtheile durch eine ganze Reihe von Versuchen bekannt ist; die Elektricität der Luft gewissen Gesetzen unterworfen, die Theorie der Ausdünstung gröstentheils ins reine gebracht, der Einflus des Sonnenlichts auf das Pflanzen-

reich durch Versuche bestimmt, die Würkung des Mondes auf Meer und Atmosphäre haarklein berechnet ist; und die Hauptursachen der vorzüglichsten Meteore theoretisch betrachtet, ihrer Vollkommenheit nahe sind: meteorologische Beyträge sage ich, zu einer solchen Zeit herausgegeben, liessen mich ein Werk erwarten, das gleichsam eine Encyklopädie der vornehmsten Entdekkungen wäre, mit welchen seit einem Vierteljahrhunderte Mathematik und Physik bereichert worden sind. Ein Werk also, das um diesen Titel ganz zu verdienen, nur von einem solchen Gelehrten geschrieben werden konnte, der den Fleis des Beobachters, den kalkulirenden Kopf des Geometers und die Belesenheit des Polyhistors in sich vereinigte. In der That, sehen Sie selbst in dem nächsten besten Kompendium der Naturlehre nach, was man unter Meteorologie verstehe; so werden Sie fürs erste die Theorie des Luftkreises überhaupt und der darinn vorgehenden Bewegungen finden; Sie werden es untersucht sehen, was für beständige Winde und was für veränderliche in diesen und jenen Gegenden, zu dieser und jener Zeit mit grösserer oder mit kleinerer Geschwindigkeit wehen müssen; und schon die Namen eines d'Alembert, eines Euler, eines Halley, eines Bernoulli werden Ihnen anzeigen, daß hier von keiner Regel de Tri, von keinen Brüchen, die ungleiche Nenner haben, sondern von den höchsten Abschnitten der Geometrie und der Infinitesimalrechnung die Rede

sey.

sey. Auf sie folgen die Abschnitte von den wässerichten Meteoren, von den Ausdünstungen der Erde überhaupt, vom Thau, Nebel, von Wolken, Regen, Gewittern und vom Blitze, worüber sich die Geheimnisse erst jetzt für uns anfangen zu zerstreuen, und auf deren tägliche Aufklärung jeder Naturforscher begierig ist. Sie enthält endlich noch die ganze, noch grossentheils für uns unerklärbare Geschichte der leuchtenden und feurigen Lufterscheinungen, von denen ein Theil sich in den allerhöchsten Regionen der Atmosphäre ereignet, und in deren Erklärung sich die grösten Naturforscher unserer Zeiten in die Wette geübt haben. Sie kündigten gar noch zu dieser so schweren Wissenschaft Beyträge an, und liessen mich daher einen Schriftsteller erwarten, der nicht nur sein ganzes Feld vollkommen übersahe, sondern noch gar auf neue Entdekkungen ausgieng, weil er Beyträge liefern wollte.

Ich öffnete das mir zur Recension überschickte Buch, voll der grösten Erwartung, und fand — was meynen Sie — ein ganz zahlloses Kriegsheer von Additions- und Subtraktions-Exempeln; und! von Anfang bis zu Ende eine ganze Reihe sehr unfruchtbarer Aufgaben über Barometer und Thermometer, von denen keine einzige sich bis auf eine Gleichung vom zweiten Grade erhub. Gestehen Sie es aufrichtig, mein Herr, daß Sie Sich in der Bedeutung des Worts, **Meteorologie**, sehr betrogen

haben. Vom Barometer wird in dem Abschnitte der Schwere und Elasticität der Luft geredet, und das Thermometer gehört ins Kapitel von der Wärme; allein weder das eine noch das andere ist Meteorologie. Oder glauben Sie im Ernste ein Meteorologe zu seyn, wann Sie mit ihrem Barometer und Thermometer von Ihrem Hause nach der Martinsmühle, von der Martinsmühle nach der Kuttelmühle, von der Kuttelmühle auf die Unterkunst, von der Unterkunst auf das Neuwegsthor, vom Neuwegsthor nach der Kuttelpforte, von der Kuttelpforte auf das Rathhaus, vom Rathhaus nach dem Töpferthore, vom Töpferthore auf das Gosehaus, vom Gosehaus nach der Blasiuskirche, von der Blasiuskirche nach dem Baarfüsserthore, von dem Baarfüsserthore nach der Oberkunst, und von der Oberkunst auf das Schöpfmännchen gehen, und bey jeder dieser wichtigen Beobachtungen ihren Leser heilig versichern, wie viel Toisen, Zehntheilchen und Hunderttheilchen von Toisen das eine über dem andern liege? Für Sie können dergleichen Kenntnisse wichtig seyn, Sie versicherten Sich dadurch der Richtigkeit Ihrer Werkzeuge, Sie übten Sich in der praktischen Geometrie, und Sie lernten Ihr Vaterland kennen. Allein Meteorologie finde ich hier um so viel weniger, da Sie im Grunde nicht einmal Logarithmen gebraucht hätten; denn alle diese bis auf vier volle Bogen sich belaufenden Höhen sind so klein, daß schon das zweite Glied mit

allen folgenden vor dem ersten so viel als verschwindet, und daher die Logarithmenrechnung vollkommen entbehrlich wird.

Von allen Seiten so gut als von dieser betrachtet, ist zwischen Ihren meteorologischen Beiträgen, und dem zwölf volle Jahre zuvor erschienenen Werke des Herrn de Luc gar kein Vergleich. Zwar erhebt sich de Luc so wenig als Sie über die leichtesten Begriffe der Elementarmathematik; allein dafür ist sein Werk für den Naturforscher und den Literator ein unentbehrliches Buch. In ihm finden wir die mit der weitläufigsten Belesenheit und dem feinsten Beurtheilungsgeiste verfertigte Geschichte aller Barometer, von dem ersten Erfinder Torricelli an bis auf de Luc's Epoque; nach ihr eine mit gleicher physischer Gelehrsamkeit ausgeführte Untersuchung der Hypothesen über die Veränderungen des Barometers, und dann die vollständigste Geschichte über die Versuche Höhen durch das Barometer zu messen, wo de Luc nicht blos wie Sie bey dem einzigen Mariotte stehen bleibt, nicht sich immer in den untern Schichten der Atmosphäre aufhält, sondern mit einem Forschungsgeiste, dessen wenige Gelehrte sich werden rühmen können, Pascal, Boyle, Maraldi, Scheuchzer, Cassini, Bernoulli, Horrebow, Bouguer, und Lambert mit einander vergleicht, Deutlichkeit des Vortrags mit Kürze verbindet, Rechnungen nur da

ausschreibt, wo es unumgänglich nöthig ist, und seine Untersuchungen bis auf die höchsten und entferntesten Gebirge der Erde ausdehnt. Ihm haben wir die gegenwärtige wissenschaftliche Gestalt des doppelt schenklichten Barometers, die vortreflichen Versuche über die allmählige Ausdehnung verschiedener flüssiger Materien durch gleiche Grade der Wärme, und besonders des Quecksilbers zu danken, und die ersten Beyträge zu einer noch erst künftigen Pyrometrie, zu einer Zeit, da diese ganze Wissenschaft noch in Lamberts grossem Geiste unentwikkelt lag, und nie ein Gelehrter an specifische Wärme jemals gedacht hatte. Sein zweiter Theil, die praktische Anwendung seiner gegebenen Regeln auf würkliche Messung der Berge abgerechnet, enthält noch ein Beyspiel, daß Sie in einem sehr ansehnlichen Theile Ihres Buchs ja nicht hätten sollen unbefolgt lassen. Sie finden die ganze Nivellirung der Wege von Genf nach Turin und Genua, nach Moitier-Travers und Neufchatel, nach Bern, nach Beaucaire durch Dauphiné, des ganzen Laufs der Rhone von Genf bis ins mittelländische Meer, die Höhen der bekanntesten Oerter auf dem Berge Saleve, und die Höhen der Berge bey Sixt in Faucigny, eines Theils von Europa also, der für den Geometer, den Naturforscher, und den Meteorologen gleich merkwürdig ist, auf ungefähr 16 Seiten mit den dazu gehörigen Grundsätzen völlig auseinander gesetzt; da im Gegentheil Ihre

sehr unwichtige Nivellirung der Häuser und Gassen in der Reichsstadt Nordhausen allein vier Bogen, und mit Ihrer Reise nach dem Brokken und nach Gotha, und der Nivellirung des Wegs den Herr Schiavetto gereist ist, acht volle Bogen austrägt.

Erfüllt von dem Gedanken, durch eine neue Einrichtung des Barometers und Thermometers sich ein ewiges Denkmal in der Meteorologie zu stiften, machten Sie zuerst am Barometer die sehr wichtige Veränderungen; erstlich die Skale überhaupt nicht durch Zolle, sondern durch sechzehnte Theile einer Pariser-Linie auszudrükken; und dann am kleinen Schenkel von unten hinauf zu zählen; und so aus der Addition des de Luc eine Subtraktion zu machen. Daß beyde Veränderungen sehr überflüssig waren, ist gewis; ihr Erfolg hängt von der Entscheidung des Publikums ab. Haben Sie Sich würklich durch ausserordentliche mathematische und physische Kenntnisse bey Ihrer Nation eine allgemeine Achtung erworben, und fühlen Sie in Sich selbst die grosse Bestimmung der Reformator und Gesetzgeber Ihrer Wissenschaft zu werden, so wie es Linne in der Botanik, Kronstedt in der Mineralogie, und Haller in der Zergliederungskunst wurde; sind auch Ihre Unternehmungen mit gleich glücklichem Erfolge gekrönt, so können Sie auf meine Stimme sicher zählen. Allein so lange dieses nicht ist, so werden Sie gütigst erlau-

ben, daß ich mein gewöhnliches Barometer beibehalte; und zehnmal lieber meine Zolle, Linien und Sechzehntheile einer Linie in jedem Falle auf die geringste Benennung reducire, als daß ich jeden Augenblik die ungeheuer grosse Zahlen Ihres Barometers durch 12 und durch 16 dividiren müste, um den Leuten in meinem Hause sagen zu können, was für Wetter bevorstehe.

Ihr Thermometer nunmehr. Sie haben die de Luc'sche Normaltemperatur, und die Lambertische Abtheilung der Grade mit einander zu vereinigen gesucht; und beydes hatte seine grossen Ursachen. Das erste, weil bey dieser Temperatur der Unterschied der gemeinen Logarithmen mit 10000 multiplicirt, den Unterschied der Höhen in Toisen gibt; das zweite, weil die Grade des Lambertischen Thermometers absolute Grade der Wärme seyn sollen.

Was das erste betrift, so glaube ich schon hinlänglich bewiesen zu haben, daß durch eine vernünftige Art Berechnungen über Höhen anzustellen, alle Schwierigkeit völlig gehoben sey; und daß die gesuchte Höhe ohne alle Berichtigung, für jede Temperatur der Luft mit gleicher Leichtigkeit berechnet werden könne. Der allzumerkwürdige Punkt des Thermometers also, der $16\frac{3}{4}$ Grade anzeigt, der mit allen andern Temperaturen so wenig in Vergleich kommen soll, daß Sie kein

Bedenken tragen, ihm den Punkt des zergehenden Eises, den Punkt des siedenden Wassers, und die ganze Lambert'sche Skale grosmüthig aufzuopfern, ist ein Punkt, der so wie alle andere keine Länge, keine Breite und keine Dikke hat, und von dem sonst auf der Welt nichts merkwürdiges gesagt werden kan. Ihre Normaltemperatur steht mit specifischer Wärme, mit specifischer Federkraft, und mit Dichte der Luft in gar keiner Verbindung, und hat ihr ganzes Daseyn dem sehr zufälligen Umstande zu danken, daß die Parisertoise nicht grösser und nicht kleiner, als sie ist. Ihre Normaltemperatur wäre anders für englische, und anders für rheinländische Fusse; und sie hat selbst nur alsdann statt, wann gemeine Logarithmen gebraucht werden; für hyperbolische Logarithmen und für alle andere, deren Basis nicht grade 10 wäre, würde Ihre ganze Normaltemperatur völlig eben so unbrauchbar seyn, als wenn Sie niemals daran gedacht hätten.

Sie wählten die Lambert'sche Abtheilung der Grade, weil nur das Lambert'sche Thermometer absolute Wärme anzeigen soll. Ich weis, daß Lambert es gesagt hat; daß Lambert immer absolute Wärme mit specifischer Federkraft der Luft verwechselt hat; allein ich weis auch, daß Lambert es entweder nicht gesagt hätte, oder doch nicht auf eine solche Art gesagt hätte, wann er die nenere Periode der Physik er-

lebt hätte, und von den Versuchen über die specifische Wärme so unterrichtet gewesen wäre, wie Sie es bey der Herausgabe Ihres Buchs zur Genüge seyn konnten. Es ist bekannt genug, daß man jetzt mit absoluter Wärme einen ganz andern Begriff als ehemals verbindet. Absolute Wärme eines Körpers, in Graden ausgedrükt, nennen wir diejenige Anzahl der Grade, auf die das Thermometer steigen würde, wann sie alle auf einmal frey werden sollte. Kaum kennt noch die Physik von weitem einige Wege, durch die wir auf die Kenntnis der absoluten Menge der Wärme vielleicht einmal geführt werden können. Daß diese der specifischen Federkraft proportional seye, dies ist ein Lehrsatz, der noch durch keine Versuche erwiesen ist, und durch keine mögliche Verbindung physischer Schlüsse bewiesen werden könnte. Man weiß ohnehin, wie man die Worte verstehen mus: die Grade des Lambert'schen Thermometers stehen mit der specifischen Federkraft in geometrischem Verhältnisse. Sollte der Satz, so wie er gesagt ist, wahr seyn, so würde bey o des Lambert'schen Thermometers die Luft vor grosser Kälte aufhören elastisch zu seyn; und unter ihr würde sie gar verneint werden. Eine verneinte Elasticität aber, und eine ihr proportionale verneinte Wärme, dies sind meines Erachtens eben so widersprechende Begriffe, als Quadratwurzeln aus negativen Grössen.

Und dies wäre dann das berühmte Thermometer; in dessen Erfindung der gröste Theil ihrer Verdienste bestehen, und das alle andere, das Reaumur'sche, Fahrenheit'sche, de Luc'sche, Lambert'sche auf immer verdrängen soll. Vor ihm verschwinden Reaumur, Fahrenheit und Nollet, deren ganze Abtheilungen blos willkührliche Dinge sind. Newton, dessen Leinölthermometer noch immer einige Achtung verdiente, wird in Ihrem Buche nicht einmal genannt. Ihr Thermometer vereinigt alle Vorzüge der vorhergehenden, und ist von ihren Fehlern frey: die Abtheilung seiner Grade hat ihr Daseyn einem Lehrsatze der Lambert'schen Physik zn danken, den Sie in einer weit aufgeklärtern Periode der Wissenschaft weislich ohnuntersucht gelassen haben; und die Normaltemperatur ist deswegen da, weil Sie die Rechnungen über Höhenmessungen überhaupt nicht auf das allergeschikteste zu behandlen wusten.

Wir sind noch lange nicht fertig. Es ist noch die Kleinigkeit zu beweisen, daß wegen einigen offenbaren Rechnungsfehlern, die feste Punkte Ihres Thermometers ganz unrichtig angegeben sind, und daher Ihren eigenen Voraussetzungen zufolge Ihre ganze Thermometerskale völlig falsch ist.

Sie wissen so gut als ich, und haben in Ihrem Werke mehr als einmal gesagt, daß nach de Luc's

Beobachtungen, man zu der durch die Logarithmen bey der Normaltemperatur gefundenen Höhe, für jeden Grad der Reaumurischen Skale von 80 Theilen, um den das Thermometer über $16\frac{3}{4}$ Graden steht, noch $\frac{1}{215}$ derselben addiren; für jeden Grad aber, um den es unter $16\frac{3}{4}$ steht, man von ihr $\frac{1}{215}$ abziehen müsse. Eine Regel die nicht mehr sagen will, als daß, vom $16\frac{3}{4}$ Grade des Reaumurischen Thermometers angerechnet, bis auf n Grade über diesem Punkte oder unter ihm, die Luft sich im erstern Falle um $\frac{n}{215}$ ihres Volumens weiter ausdehne, im leztern Falle sich um eben soviel verdichte.

Allein von diesem Grade an sind, bis an den Punkt des zergehenden Eises herabgezählt, $16\frac{3}{4}$ Grade; und bis an den Punkt des siedenden Wassers hinaufgezählt, $63\frac{1}{4}$ Grade. Es soll demnach, das Volumen einer gewissen Masse Luft bey der Normaltemperatur der Einheit gleich gesezt, das Volumen eben dieser Masse bey dem Punkte des zergehenden Eises seyn $= 1 - \frac{16\frac{3}{4}}{215} = \frac{793}{860}$; und bey dem Punkte des siedenden Wassers $= 1 + \frac{63\frac{1}{4}}{215} = \frac{1113}{860}$. Die Räume also, die eine gewisse Masse Luft bey dem Frierpunkte, bey der Normaltemperatur, und bey dem Siedpunkte einnimmt, sind durch folgende Zahlen ausgedrükt 793, 860, 1113. Wollen Sie, daß

wie es bey dem Lambert'schen Luftthermometer ist, beym Frierpunkte 1000 stehe, und daher der erste dieser Räume 1000 seye, so sind die beyden andern $1084\frac{1}{2}$ und $1403\frac{1}{7}$. Soll aber Ihre Normaltemperatur mit 1000 bezeichnet, und der mittlere 1000 seye, so sind der erste und letzte 922 und 1295. Beyde Skalen würden bey dieser Bezeichnung wirkliche specifische Federkraft der Luft anzeigen; und nun soll, sagen Sie, die erstere Skale die Lambert'sche selbst seyn; die leztere aber soll die Vorzüge von de Luc's und Lambert's Skalen in sich vereinigen, und von ihr wünschten Sie, als Erfinder, daß sie allgemein würde.

Die erstere Skale aber ist nichts weniger als die Lambert'sche, die beym Siedpunkte 1370, nicht 1404 zählt. Aus gleichem Grunde ist die Ihrige durchaus nicht das was sie seyn soll, und um sie dazu umzuschaffen, müste mit Ihrer Erlaubnus, an den Frierpunkt 922, und an den Siedpunkt 1294 gesezt werden, da Sie die sehr verschiedene Zahlen 928, 1278 hinzusetzen belebt haben.

Ihre Fehler, mein Herr, fliessen aus einer ganz natürlichen Quelle. Sie erinnern ganz richtig, daß die Luft von dem Frierpunkte bis zum Siedpunkte zu, sich um $\frac{80}{215}$ ihres Volumens ausdehne, der bekannten Beobachtung des de Luc zufolge. Allein Sie scheinen

ganz zu vergessen, daß diese $\frac{80}{215}$ sich nicht auf das Volumen der Luft bey der Temperatur des zergehenden Eises, sondern allein auf die Normaltemperatur $16\frac{3}{4}$ Grade beziehen. De Luc sagt in keiner Stelle seines Buchs, daß vom Frierpunkte bis zum Siedpunkte das Volumen der Luft, das beym Frierpunkte eine bestimmte Grösse hatte, um $\frac{80}{215}$ dieses Werthes sich ausdehne. Daß das Volumen einer gewissen Masse Luft bey $16\frac{3}{4}$, von da bis zum Siedpunkte um $\frac{63\frac{1}{4}}{215}$ grösser, und bis zum Frierpunkte um $\frac{16\frac{3}{4}}{215}$ kleiner werde, dies ist den de Luc'schen Bestimmungen gemäs. Allein beyde Lehrsätze miteinander verwechseln, dies verräth eine unverantwortliche Unwissenheit in den ersten Grundsätzen der geometrischen Proportion.

Einem ausserordentlich glücklichen Ungefähr müssen Sie es zuschreiben, daß Sie nach so fehlerhaften Grundsätzen gerade auf **Lamberts** Verhältnis der Ausdehnbarkeit der Luft, 1000:1370 geführt wurden, dessen Skale mit der de Luc'schen Skale nicht so sehr einerley ist, wie Sie Sich einbilden. Von $16\frac{3}{4}$ Graden an gezählt, dehnt sich allerdings die Luft für n Grade des Thermometers um $\frac{n}{215}$ ihres Volumens aus; allein vom Gefrierpunkte an, um $\frac{n}{198\frac{1}{4}}$, wie ich schon

in meiner Geschichte erinnert habe; und da nach Lamberten die Luft sich vom Gefrierpunkte an gezählt um 0,037 das ist um $\frac{1}{218}$ ihres Volumens ausdehnt, so ist das Lambertische Verhältnis, zwar mit dem Mayer'schen, das gleichfalls vom Gefrierpunkte an gezählt $\frac{1}{226}$ ist, beynahe einerley, steht aber, so wie das Mayer'sche, von dem de Luc'schen sehr weit ab.

Sie erlauben daher, daß ich künftig an den Gefrierpunkt Ihres Thermometers 922, und an den Siedpunkt 1294 setze. Es seyen nunmehr die übereinstimmenden bejahten Grade des Reaumur'schen, des Fahrenheit'schen des de Lucischen, Ihres Thermometers wie es ist, und Ihres Thermometers wie es nach Verbesserung Ihrer Fehler seyn sollte, ausgedrükt durch R, F, L, *r*, K; so sind die analytischen Vergleichungen dieser Thermometer in folgenden Formeln enthalten:

$$4F - 9R = 128$$
$$186R - 80L = 3120$$
$$10r - 43R = 9280$$
$$10K - 46\tfrac{1}{2}R = 9220$$
$$31F - 30L = 2162$$
$$45r - 86F = 39008$$
$$45K - 93F = 38514$$
$$13r - 24L = 13000$$
$$K - 2L = 1000$$
$$13r - 12K = 1000$$

Die beyden letztern Formeln sind für Sie besonders merkwürdig. Die letztere zeigt Ihnen den grossen Unterschied an zwischen dem was Ihr Thermometer ist, und dem was es seyn sollte. Die erste sagt Ihnen, wie aus den de Luc'schen Graden man Grade eines Thermometers machen müsse, das Ihrer Absicht zufolge, wirkliche specifische Federkraft der Luft angebe, und so, daß dabey das von de Luc bey der Temperatur $16\frac{1}{4}$ gefundene Verhältnis 1:215 zum Grunde liege. Addiren Sie die Grade des de Luc'schen Thermometers doppelt genommen, zu 1000, wann sie bejaht sind, und ziehen Sie die verneinte Grade doppelt genommen von 1000 ab, so haben Sie die Grade Ihres Thermometers, wie es seyn sollte. Die Regel ist einfach genug, und alt genug; denn schon Seite 102 meines ersten Theils finden Sie es gesagt, daß für L bejahte Grade des de Luc'schen Thermometers die specifische Federkraft der Luft ausgedrükt sey durch $1000 + 2L$, wann Sie bey der Normaltemperatur 1000 seyn soll.

Vielleicht können diese Glossen etwas beytragen, Ihnen über eine Sache die Augen zu öffnen, wobey Ihre mathematische Selbstgefälligkeit gewaltig Schiffbruch leiden wird. Um die Richtigkeit Ihrer Formel zu erweisen, so stellen Sie eine Probe an, die Resultate der de Luc'schen Höhenmessungen durch eine Rechnung herauszubringen, bey welcher de Luc's Beobachtungen

zum Grunde gelegt, seine Vorschriften aufs genaueste befolgt, aber nur die de Luc'sche Thermometer-Sprache in die Ihrige übersetzt würde. Sie finden aber zu Ihrem nicht geringen Erstaunen, daß Ihre Berichtigungsformel, nach Ihrer Skale berechnet, die Höhe immer grösser herausbringt, als dem Herrn de Luc seine Rechnung gab. Sie schieben die ganze Schuld bedächtlich auf Herrn de Luc zurük, erklären sein Verfahren für ungewis, und Sie können Sich wirklich rühmen, der erste Geometer zu seyn, der es jemals versucht hat, offenbare Rechnungsfehler, die eine unrichtige Arithmetik erzeugt hatte, und die eine richtige Arithmetik verbessert haben müste, durch weis nicht was für physisch seyn sollende Grundsätze, Temperatur des Quecksilbers, Wärme der Sonne, und Wärme des Körpers zu erklären.

Es gieng gleichwol bey Ihren Abweichungen sehr natürlich zu. Verlassen Sie mit einem Worte Ihr Thermometer wie es ist, und nehmen Sie es an so wie es seyn sollte, und Sie werden die ganze Schwierigkeit, ich weis nicht ob zu Ihrem grossen Vergnügen, völlig gehoben sehen.

Es ist zum Beyspiel unter de Luc's nivellirten Höhen eine von 1800 Fussen, 6 Zoll, die er durch Berechnung 1779 Fusse fand. Sie finden den de Luc'schen

auf

Beobachtungen gemäs, aber seine Thermometer-Sprache in die Ihrige übersetzt, 1799 Fusse; und dies folgender massen. Die beyden von de Luc zu oberst und unterst beobachteten Thermometer-Stände waren — 38 und — 32½. Auf Ihrem Thermometer will dies soviel sagen als 929, 8 und 940, 9. Das Mittel zwischen ihnen ist 935, 3. Mit diesem multipliciren Sie die durch Logarithmen gefundene unberichtigte Höhe 1914, Sie dividiren durch 1000, erhalten zum Produkte 1799, und können, Gott weis, nicht begreifen, wie es dabey zugegangen seyn soll.

Es gieng sehr natürlich zu, Hochzuverehrender Herr. Erinnern Sie Sich, das Ihre Thermometer-Skale ganz unrichtig berechnet ist. Auf der von mir verbesserten Skale ist — 38 und — 32½ von de Luc, soviel als 924, und 935. Mit dem arithmetischen Mittel dieser Zahlen 929½, multipliciren Sie die unberichtigte Höhe 1914, und dividiren Sie durch 1000. Sie werden finden, völlig so wie de Luc gefunden hatte, 1779.

Gestehen Sie es demnach, daß Ihr Thermometer dem de Luc'schen gleicht wie Tag und Nacht; und nur durch einen ungefähren Zufall das Lambert'sche geworden ist. Beyde sind wesentlich von einander verschieden, indem die $\frac{80}{215}$ des erstern sich auf die Temperatur des zergehenden Eises, und die 0, 037 des leztern sich

auf

auf die Normaltemperatur beziehen; und Sie würden gleiche Unterschiede sicher erwarten, so oft Sie Ihr Thermometer an die Stelle des de Luc'schen setzen wollten.

Von diesem de Luc'sch seyn sollenden Thermometer geben Sie die Statistik, und das Verhältnis mit allen andern bisher bekannten Thermometern, nur das von Isaac Newton ausgenommen. Neun volle Bogen Ihres Werkes sind dazu bestimmt, die Grade aller andern Thermometer auf das Ihrige, und die Grade des Ihrigen auf alle andere zu bringen; auf neun vollen Bogen wird das gesagt, was bey mehrerer analytischer Facilität auf eine halbe Oktavseite hätte gebracht werden können, ohne von seinem innern Werthe das geringste zu verlieren. Ihr Verleger muß in der That das gutmüthigste Geschöpfe von der Welt seyn; und wenn Ihr Publikum eine so überflüssige Arbeit einen Augenblik bewundert, so wissen wir Germanier diesseits des Rheins wahrhaftig nicht, was wir von unsern, während der grossen Völkerwanderung jenseits des Rheins zurükgebliebenen Brüdern denken sollen.

Da ich Sie wegen der vielen, diesen ganzen Abschnitt hindurch gehabten Mühe von ganzem Herzen bedaure, so sehen Sie es als einen Beweis wahrer Menschenliebe an, wenn ich Ihnen hier die allgemeine Auflösung

des Problems, das bey Vergleichung übereinstimmender Thermometer zum Grunde liegt, als eine algebraische Kleinigkeit hinzufüge, die Sie in Ihrem Buche übersehen haben. Es seyen die Grade eines gewissen Thermometers P, die übereinstimmenden Grade eines andern p. Die festen Punkte auf dem erstern sind bezeichnet durch A, B; und auf dem andern durch a, b. Verlangen Sie nunmehr die allgemeine Gleichung zwischen P und p? Sie ist $(A-B)p - (a-b)P = Ab - Ba$.

Man sucht, zum Beyspiel, die Gleichung zwischen den übereinstimmenden Graden des Newton'schen Thermometers P, und des Lambert'schen p. Die festen Punkte an jenem sind, $A = 34$, $B = o$; und an diesem $a = 1370$, $b = 1000$. Es ist demnach $34p - 370P = 34000$.

Die übereinstimmenden Grade des de l'Isle und Fahrenheit seyen P, und p. Die festen Punkte an jenen sind $A = o$, $B = 150$; an diesem $a = 212$, $b = 32$. Es ist demnach $6P + 5p = 1060$.

Zwischen dem Lambert'schen Thermometer p, und dem Ihrigen wie es ist P? Die festen Punkte des erstern sind $a = 1370$, $b = 1000$; des letztern $A = 1272$, $B = 928$. Es ist demnach $344p - 370P = 640$.

Zwischen dem Lambert'schen Thermometer p und dem Ihrigen wie es seyn sollte P? Die festen Punkte des erstern sind $a = 1370$, $b = 1000$; des letztern $A = 1294$, $B = 922$. Es ist demnach $372\,p - 370\,P = 30860$.

Zwischen dem Ihrigen wie es ist P, und dem Ihrigen, wie es seyn sollte, p? Die festen Punkte des erstern sind $A = 1000$, $B = 928$; des letztern $a = 1000$, $b = 922$. Es ist alsdann $13\,P - 12\,p = 1000$.

Noch leichter wäre die Auflösung, wann ausser den beyden übereinstimmenden Graden A und a beyder Thermometer-Skalen, noch ihr Verhältnis gegeben wäre. Gesezt, es sollten M Grade des ersten Thermometers, m Graden des letztern gleich seyn, so ist $Mp - mP$ $Ma - mA$.

Der erste Theil Ihres Werkes wäre glüklich vorüber. Ihr zweiter Theil ist allerdings ein ungleich grösseres Denkmal des mathematischen Genies; Sie haben selbst die Güte, in Ihrer Beilage, das was ein anderer höchstens Lehrsatz genannt hätte, mit dem vielbedeutenden Titel eines Systems zu beehren. Um es ganz zu verstehen — denn den zweyten Theil Ihres Werkes werden Sie doch nicht umsonst wollen geschrieben haben — mus zuerst gesagt werden, was Moment, Normalmoment,

Fundamentalgewicht der Atmosphäre, Fundamental-specifische Schwere der Luft, und relative Schwere für Dinge seyen.

Es bleibt ein für allemal bey der Normaltemperatur; dann ohne sie, ist, wie bekannt, an keine vernünftige Höhenmessung mit dem Barometer zu denken. Bey dieser Temperatur wird eine gewisse Subtangente statt haben, diese nennen Sie Normalmoment; die Subtangente bey jedem andern Grade hätten Sie sehr natürlich Moment nennen können, wenn Sie soweit gedacht hätten.

Die Wahl der Worte ist bis auf einen gewissen Grad willkührlich; allein sie fällt ins Lächerliche, wann Wörtern ohne Noth ein ganz anderer Sinn beygelegt wird, als der ist, den sie von langer Zeit her hatten, und von Rechts wegen behalten sollten. Das Wort Moment wurde bisher in der Mechanik gebraucht, und dort bedeutet es das Produkt der Masse mit der Geschwindigkeit: und bey Körpern, die um einen Punkt sich drehen, das Produkt der Masse mit dem Quadrat der Geschwindigkeit; wenigstens ist unser Moment der Trägheit weiter nichts als das Integral aller dieser Produkte. Wie dieses mit Ihrem atmosphärischen Momente zusammenhänge; mit der Subtangente, die, wann sie doch in einem zusammengesetzten Verhältnisse

stehen soll, sich wie das absolute Gewicht der Atmosphäre, durch die Dichte der Luft dividirt, verhält, dies sehe ich mit aller meiner Vorstellungskraft noch lange nicht ein. Unterdessen es seye so. Moment also ist Subtangente; und Normalmoment, Subtangente bey 16¾ Graden des Reaumur'schen Thermometers. Bey dieser Temperatur, wird jede Dichte der Luft noch in geradem Verhältnisse mit der Barometerhöhe stehen; und zum Beyspiel diese Dichte bey 5600 Skrupel Ihres Barometers von bestimmter Grösse seyn. Sie nennen dieses das Fundamentalgewicht der Atmosphäre; und die Dichte der Luft die dazu gehört, ihre fundamental-specifische Schwere. Jede andere Schwere ist alsdann die relative specifische Schwere. Lesen Sie diese Paar Zeilen einem, der die Mathematik versteht, vor, so wird er ohne Sie lang anzuhören offenbar den Schluß daraus ziehen: jede gesuchte Höhe also ist gleich dem Momente, multiplicirt mit dem Unterschiede der hyperbolischen Logarithmen zweyer Barometerstände; und das Moment verhält sich zur Barometerhöhe, wie die Dichte des Quecksilbers zur Dichte der Luft. Sagen Sie uns also noch mit zwey Worten, wie gros das Moment für jeden Grad Ihres Thermometers sey, und legen Sie alsdann Ihre Feder nieder: ihr Problem ist in der grösten Allgemeinheit aufgelöst, und alles was Sie noch darüber zu sagen wüsten, wäre verderbtes Papier.

Ihr System also, aus Höflichkeit mus ich mich einmal dieses Ausdruks bedienen, ist eine Sache, die höchstens auf drey Oktavseiten angefangen, vollständig ausgeführt und geendigt seyn konnte. Daß Sie ein grosses Werk über ein Alphabet stark daraus machten, dies konnte nichts anders als die Folge der eingeschränkten Begriffe seyn, die Sie hinderten, Mathematik im Ganzen zu übersehen; und die Sie bewogen, einen neuen Theil der Mathematik aus einer Sache zu machen, die eines ihrer leichtesten Probleme vorstellt. Mit unendlich mehr Schwierigkeiten verwikkelt sind die leichtesten Probleme der höhern Mechanik; unendlich schwerer sind, selbst nach ihrem ehemaligen sehr eingeschränkten Lehrbegriffe, die Anfangsgründe der Katoptrik und Dioptrik; und unendlich mehr Fähigkeiten werden durchaus erfordert, um aus einem der ersten Kapitel der Astronomie für jeden gegebenen Augenblik den wahren Ort der Sonne zu berechnen. Und bey dieser Weitläufigkeit, haben Sie nicht einmal die Hälfte von dem gesagt, was zu sagen war. Die beyden obigen Lehrsätze finde ich in Ihrem Werke nirgends ausgedrükt; und aus dem Ganzen sehe ich soviel, daß Sie darüber in einer glüklichen Unwissenheit lebten. Manchmal scheinen Sie Sich ihrem Ziele zu nähern, bald entfernen Sie Sich wieder, verlieren es endlich ganz und gar aus dem Gesichte, und erreichen es nie.

Es ist bekannt genug, daß in mathematischen und physischen Dingen, Simplicität der Grundsätze, verbunden mit Deutlichkeit und Kürze des Vortrags der auszeichnende und untrügliche Charakter des Genies ist. Das letztere findet man oft in den Werken der grösten Geometer nicht; die Ursache liegt nicht in dem eingeschränkten Wirkungskreise ihres Geistes, sondern allein in der wissenschaftlichen Bildung ihres Geschmakkes; allein so bald das erstere fehlt, dann kan man mit der grösten Zuverläsigkeit auf Geistesschwäche zählen. Oft sind die Werke der grösten Geometer dunkel geschrieben. Es sind es die Werke eines Newton, eines Hermann, eines d'Alembert, eines Condorcet. Man ist dem ohngeachtet in der Nothwendigkeit sie zu lesen; ihre Werke enthalten Schätze, die in Jahrhunderten nicht erschöpft werden können; und wann freilich auf einer Seite diesen grossen Geistern das Vergnügen nicht vergönnt ist, zu unterrichten; wann sie für den grossen Haufen unerreichbar sind; und die ganze schönere Hälfte der Schöpfung Jahrhunderte hindurch nur eine einzige Chatelet aufweisen kan, die ihre Werke liest und versteht; so sind sie durch die Menge der Commentatoren zum Theil schadlos gehalten, die ihre Werke übersetzen, erklären, gemeinnützig machen, und der Unsterblichkeit überliefern. Es gibt Gelehrte, die um gleichen Glükkes theilhaftig zu werden, sich ja bestreben, bey den leichtesten Dingen von der Welt so

dunkel als möglich zu seyn. Sie erschöpfen ihr ganzes Genie, um uns zu beweisen, daß das Produkt zweyer verneinter Faktoren bejaht seyn müsse; und wann sie gar beweisen sollen, daß bey Parallellinien die Wechselwinkel unter sich gleich sind, so geschieht dieses mit einer fürchterlichen Anstrengung aller Kräfte ihres Verstandes und Witzes; mit einer Anstrengung, die Demosthenes lange nicht brauchte, um den Atheniensern zu beweisen, daß man mit dem Philippus Krieg führen müsse, und die Athenienser nicht, um es sich beweisen zu lassen.

Mit der Erlaubnis dieser Gattung von Gelehrten seye es gesagt: sie irren sich in ihrem Wahne sehr. Wann Newton dunkel ist, wann beynahe ein halbes sehr aufgeklärtes Jahrhundert erfordert wurde, um sein System zu übersehen, so ist dies allemal ein Fehler an ihm; offenbar würde derselbe grosse Newton noch grösser gewesen seyn, wann er mit seinem tiefen Verstande, seinem unerschöpflichen Erfindungsgeiste, und der gränzenlosen Einbildungskraft, die ihm eigen war, noch die angenehmern Talente des Witzes, Grazie des Ausdruks, Deutlichkeit des Vortrags verbunden hätte. Es gehörte mehr dazu, Eulers Briefe an eine teutsche Prinzessinn, als seine Mechanik, seinen Versuch über die Musik, seine Planeten- und Kometen-Theorie, und

seine Artillerie zu schreiben: in der That schrieb auch die letzten Werke, der noch junge, nicht völlig ausgebildete Euler, der selbst bey dem Beweise eines Satzes oft sehr viel sagte, das nicht zur Sache gehörte; der das, worüber er schrieb, vielleicht noch selbst so eben durch die mühsamsten Wege erfunden, und in seinem ganzen Zusammenhang noch nicht recht einsehen gelernt hatte. Die erstere aber konnte nur der Euler schreiben, der am Ende seiner zurückgelegten Laufbahne stund: erhaben über seine eigenen Werke, erreichte er die Geschiklichkeit; sein System andern als Kleinigkeit vorzutragen, erst in der Periode seines Lebens, da es für ihn Kleinigkeit war.

Sie also, mein Herr Verfasser der meteorologischen Beyträge, Sie werden Sich zu dieser letztern Classe von Genies nicht zählen, und sich den Gedanken wol vergehen lassen, der Schöpfer eines neuen Theils der Mathematik zu seyn. Die Masse Ihrer meteorologischen Verdienste ist sehr klein; das Volumen sehr gros; es kan also nicht fehlen, daß nach den allerersten Grundsätzen der Hydrostatik die specifische Schwere derselben so viel seyn mus — als nichts. Ihr Problem, die einzige Absicht Ihres Werks, haben Sie soviel als unaufgelöst gelassen; und das wenige was Sie geleistet haben, befindet sich in eine beynahe unendliche Menge überflüssiger Defini-

tionen, Formeln und Lehrsätze verhüllt. Sie schmeicheln sich zu sehr, wann Sie Sich einbilden, daß Ihr System kennen zu lernen, die Sache einer langen, mit unermüdetem Fleisse und dem grösten Scharfsinne fortgesetzten Untersuchung sey. Ihre Normaltemperatur, Ihre Normallänge, Ihr Fundamentalgewicht der Atmosphäre, Ihr Moment und Normalmoment, Ihre fundamentalspecifische Schwere der Luft und Ihre relative Schwere, dies sind lauter sehr einfache Begriffe; und es wird gewis kein Beweis grosser Fähigkeiten seyn, einsehen zu lernen, was Sie dadurch verstehen. Ihr meteorolisches Klafter ist sonst auf der Welt nichts, als die Höhe, auf der bey der Normaltemperatur, und bey der absoluten Elasticität von 5600 Scrupel, das Barometer um $\frac{1}{16}$ Linie fällt; und die sich also in jedem andern Falle verhalten mus gerade wie die specifische Federkraft der Luft, und umgekehrt, wie die Barometerhöhe im Horizonte. Es ist offenbar, daß dieses mit der Zahl 5600 multiplicirt, die Subtangente geben müsse, die der Normaltemperatur zugehört. Sie nennen sie das Normalmoment, und mit dem Verhältnisse multiplicirt, indem die specifische Federkraft bey der Normaltemperatur mit jeder andern steht, wird aus ihr das der letztern zugehörige Moment, oder jede andere Subtangente. Verschonen Sie mich mit der Mühe durch eine umständliche Wiederholung aller Ihrer Definitionen Ihnen zu beweisen, daß ich Ihr Buch verstanden

habe; und lassen Sie uns nun zu demjenigen fortgehen, was Sie vielleicht mit mir gemein haben könnten.

Auf Ihrer 209ten Seite, fängt sich ein weitläufiger mit mehrern Skalen versehener Abschnitt an, von Verfertigung eines Elasticitätmessers. Unter diesem Namen verstehen Sie eine Tafel, die nach Ihrer Methode nicht anders als durch eine Menge vorhergegangener Lehrsätze, mit Zuziehung sehr vieler lateinischer und griechischer Buchstaben verstanden werden kann. Ich bedaure sehr die beynahe unendliche Mühe, die Sie Sich dabey nehmen musten. Nach einer ganzen Menge von Berechnungen, finden Sie endlich den de Luc'schen Werth für $m = 4, 65274$. Sie nehmen die von Ihnen durch viele Mühe und Fleis erfundene Thermometerskale darzu, multipliciren die Grade Ihres Thermometers alle nacheinander mit 4, 65273; und dividiren durch 1000, und so entsteht endlich Ihre drey Seiten lange Thermometerskale für $m\delta$. Noch ein Paar Seiten weiter beweisen Sie endlich, daß um die Elasticität der Luft zu finden, man den de Luc'schen Werth für m mit 5600 multipliciren, und das Produkt mit allen Graden Ihres Thermometers nach einander noch einmal multipliciren, und dann noch erst durch 1000 dividiren müsse. Und so kommt dann endlich Ihre Thermometerskale $m\beta\delta$, oder Ihr sogenannter Elasticitätmesser heraus. Es ist auf der Welt nichts anders, als meine Subtan-

geutentafel auf der 113 Seite meines ersten Theils; ich würde mich vor meinen Schülern schämen, und an meinem Talente zur Mathematik auf immer und ewig verzweifeln, wenn mir nicht mein gutes Gewissen sagte, daß ich auf die ganze Kleinigkeit höchstens eine Viertelstunde verwandt habe.

Sie sind auch scharfsinnig genug, um den Gebrauch Ihrer Tafel zur Bestimmung der Dichte der Luft einzusehen, wann der Druk der Atmosphäre und ihre Elasticität, das heist vernünftiger gesprochen, wenn Barometer und Thermometer gegeben sind. Es kan nicht überflüssig seyn anzumerken, daß Sie auch dieses noch so leichte Problem mit vielen Schwierigkeiten umgeben finden. Sie müssen es Sich gefallen lassen, in jedem Falle durch die Zahlen ihrer berechneten Skale zu dividiren. Ein Kaufmannsjunge machte sich endlich daraus nicht viel; allein Sie, als ein klassischer Schriftsteller unsers Zeitalters, um sich selbst, Ihrem Publikum, und allen Meteorologen künftiger Zeiten die schwere Arbeit leichter zu machen, berechnen nun noch eine andere Thermometerskale, die die umgekehrte der vorigen ist, und Ihre Division in eine Multiplikation verwandelt.

Aus diesen meteorologischen Beyträgen, die ich für das letzte Buch in meiner mathematischen Büchersamm-

lung ansehen muste, soll ich das meinige abgeschrieben haben! — Den sehr merkwürdigen Umstand nicht zu vergessen, daß unsere beyden Werke auf der nämlichen Leipziger Ostermesse erschienen sind, und also, gesetzt daß Ihr Werk das gröste Meisterstük der Meteorologie wäre, die ganze Ehre davon unter uns in vollkommen gleiche Theile getheilt werden müste; so werden Sie gewis der Schriftsteller nicht seyn, aus dem ich mich Raths erhole, so lang sich noch in meiner Bibliothek ein Newton, ein Muschenbrök, ein Lambert befindet.

Wird es der Mühe werth seyn, Ihr über mich geschriebenes Büchlein etwas näher zu beleuchten? Es sollte fast überflüssig seyn; denn über eine solche Kleinigkeit hätten wir beynahe schon verderbtes Papier zu viel. Allein da mir von meinem Verleger keine Bogenzahl vorgeschrieben ist; bey uns in Strasburg Drukker und Setzer genug sind; dabey die Mühe Sie noch ferner zu widerlegen keine so gar grosse Anstrengung des Geistes fordert; und vielleicht durch eine vollständige Erklärung alles dessen, was ich Ihnen zu sagen hatte, eine zweite Antwort überflüssig werden könnte; so erlauben Sie mir die unschuldige Freude, daß ich mir mit noch einem halben Bogen ein paar Erholungsstunden mehr verschaffe.

Sie fangen Ihre Beylage mit der allgemeinen Regel an, die bey Höhenmessungen zum Grunde liegt. Sie schreiben erstens die Kästnerische Regel ab, die voraussetzt daß man das Verhältnis der Dichte der Luft und des Quecksilbers kenne. Sie erklären sodann Ihr ziemlich weitläufiges Verfahren, und setzen noch meine Regel hinzu. Sie erinnern sich dessen, was ich selbst mehr als einmal gesagt habe, daß meine Subtangente weiter nichts sey, als die Barometerhöhe, soviel mal genommen, als das Quecksilber schwerer ist als die Luft. Sie fragen nunmehr ganz Teutschland, ob meine Regel, die in der That weiters nichts als die uralte Gleichung der logarithmischen Linie ist, im Grunde von der Kästnerischen Formel verschieden seye; und ob ich an sie den geringsten Anspruch machen könne.

Die Gleichung, mein Herr, ist um ein gutes Jahrhundert älter. Daß die Dichte der Luft in geometrischer Proportion abnehmen müsse, indem die Höhen selbst in arithmetischer zunehmen; und daß also die eine aus der andern, durch die Regel bestimmt werden könne, der man sich bedient, die Logarithmen zu finden, dies sagte schon im Jahr 1676 Mariotte deutlich genug; und daß bey der logarithmischen Linie der Unterschied der hyperbolischen Logarithmen zweyer Ordinaten, mit der Subtangente multiplicirt, den Unterschied der Abscissen gebe, dies wusten schon lange vorher Descartes

und seine Schüler. Weit entfernt, eine Sache als neu, und als von mir erfunden anzukündigen, die schon für Newtons Zeiten zu alt gewesen wäre, fange ich vielmehr mit ihr meine Untersuchung über die Atmosphäre an, und setze sie als eine uralte längst bekannte Sache voraus, die jeder Anfänger in der Mathematik wissen soll; vorzüglich deswegen, um in einer Reihe von Lehrsätzen die Veränderungen der Atmosphäre bestimmen zu können, die sich ereignen müssen, wenn Barometerhöhe im Horizonte, und specifische Federkraft der Atmosphäre verändert wird. Auch von diesen Lehrsätzen sind nicht alle neu, ein Theil davon findet sich in den Abhandlungen der Herren Lambert und Horsley. Allein, wenn es erlaubt ist, sich selbst einige Gerechtigkeit widerfahren zu lassen, so glaube ich, die ganze Ordnung der Sätze mit den Gründen, worauf sie beruhen, etwas vollständiger vorgetragen zu haben.

Sie erklären auf Ihrer zehnten Seite sehr weitläufig, was Sie unter meteorologischem Klafter, Fundamentalgewicht der Atmosphäre, Normalmoment, und jedem andern Momente verstehen. Es steht Ihnen völlig frei, für andere zu schreiben, was Sie wollen; allein es wäre mir sehr leid, wenn Sie es um meinetwillen gethan hätten; Sie hätten die vergebliche Mühe gehabt, mir Sachen zu erklären die ich schon wuste. Sie vergleichen alle Ihre neuerdachten Kunstwörter mit meinem

auf die Lehrsätze der höhern Geometrie gegründeten Vortrage; Sie machen die Entdekkung, daß aus dem Normalmomente die Subtangente bestimmt werden könne; allein Sie scheinen kein Wort davon zu wissen, daß Ihr Moment und meine Subtangente völlig eine und ebendieselbe Sache seye. Sie zeichnen eine logarithmische Linie hin, und suchen die Welt zu überreden, daß Sie alle diese Sache schon längst gewust haben. Es steht der Welt frei zu glauben was sie will. Auch ist es nicht der Mühe werth zu Ende des achtzehnten Jahrhunderts darüber zu streiten; und es würde keinen grossen geometrischen Geist verrathen, in der Kenntnis solcher Sätze einen Ruhm zu suchen, die schon vor mehr als 150 Jahren die angehenden Schüler des Descartes so gut wissen konnten als wir. Allein es freymüthig zu gestehen, so werde ich auf der sehr wahrscheinlichen Vermuthung beharren, daß Sie von allen meinen Sätzen kein Wort gewust haben. So lang ich in Ihrem Buche keine Spur von Absciße, von Ordinate, von Subtangente, von logarithmischer Linie, von Differentialrechnung, von irgend einem Lehrsatze der höhern Geometrie finde; so lang ich es von Anfang bis zu Ende Ihres Werks nicht an einer einzigen Stelle deutlich gesagt finde, daß der Unterschied der hyperbolischen Logarithmen (unter uns geredt: das Wort: **hyperbolische Logarithmen**, hörten Sie wohl auch in Ihrem Leben zum erstenmal, da Sie mein Buch durchblätterten) zweyer

Baro-

Barometerstände, mit der Subtangente multipliciert, den Unterschied der Höhen gebe; so werde ich unterdessen dafür halten, daß Sie von allen diesen Sachen kein Wort gewust haben; denn im entgegengesetzten Falle hätten Sie doch in ihrem zwey Alphabete starken Buche irgendwo wenigstens einen Wink davon gegeben.

Auf Ihrer sechzehnten Seite müssen Sie gar nicht vermuthet haben, daß Ihr Gegner nebst andern Büchern vielleicht auch das Werk des Herrn de Luc gelesen oder davon gehört habe. Sie versichern gerade zu, Sie seyen der erste gewesen, der gelehrt hat, wie eine durch die Logarithmen gefundene Höhe, durch die Wärme vermittelst einer Multiplikation zu berichtigen sey. Als wann wir nicht alle seit vierzehn Jahren wüsten, daß eben hierinn das vorzügliche, und beynahe das einzige Verdienst des Herrn de Luc um die Höhenmessung bestehe. Die Worte in der teutschen Uebersetzung lauten also: „Hier„durch fand ich, daß die für einen Grad des Thermo„meters plus oder minus vorzunehmende Berichtigung „sich zu der durch die Logarithmen gefundenen Höhe „verhalte, wie 1 zu 215;„ daß man also zu der durch Logarithmen gefundenen Höhe so viele 215 Theilchen von ihr addiren oder von ihr abziehen müsse, als das Thermometer Grade über oder unter der von de Luc angenommenen Normaltemperatur, 16 $\frac{3}{4}$ weist. Mit einem Worte, mein Herr, Sie versuchen auf dieser Seite, ob

es vielleicht möglich sey, durch eine recht offenbare Unwahrheit Ihr ganzes Publikum des Gegentheils von dem zu versichern, was es schon seit vierzehn Jahren zur Genüge wissen soll. Sie werden also erlauben, daß ich Ihr Publikum abermals des Gegentheils versichere, diese so sehr gerühmte Berichtigung gehöre nicht Ihnen, sondern dem Herrn de Luc zu. Ich glaube im übrigen schon genug gesagt zu haben, daß durch eine vernünftige Rechnung die ganze Berichtigung überflüssig wird, und also das Verdienst klein genug ist, es seye wessen es wolle.

Sie fahren weiter fort; die Tafel auf der 210 Seite des zweyten Bandes Ihrer Beyträge seye die nämliche mit meiner Subtangententafel. Sie könnten also in der meinigen nicht die geringste neue Erfindung sehen, es müsse denn seyn, daß eine Sache anders vortragen, sie erfinden hiesse. Sie vergessen ganz, daß der erste Theil meines Buchs, mit dem zweiten des Ihrigen zur nämlichen Zeit sein Daseyn erhielt; und es also sehr ins Lächerliche fallen mus, eine Sache für sich allein behalten zu wollen, die Sie offenbar mit mir gemein haben. Ferner ist das Verdienst, eine Sache besser vorgetragen zu haben, kein so ganz geringes Verdienst, als Sie Sich vielleicht einbilden. Die ganze Erfindung der Differentialrechnung war im Grunde weiter nichts, als ein veränderter, verbesserter Vortrag einer Sache, deren Grundsätze vor **Newton** und **Leibnitz** schon be-

kannt waren; man weis, daß von **Barrows** und **Fermats** bewiesenen Methoden bis zu Leibnitzens Differentialen und **Newtons** Fluxionen der Uebergang unmerklich klein war; und es ist kein einziges Problem der Differentialrechnung, das nicht **Barrow**, **Fermat** und **Huygens** nach Grundsätzen die ihnen bekannt waren, völlig eben so gut, obgleich mühsamer aufgelöst hätten. Die Verdienste aller derer, die uns die gelehrte Geschichte als Reformatoren dieser oder jener Wissenschaft aufweist, bestehen in dem erleichterten, allgemeiner gemachten, und in einem vortheilhaftern Lichte dargestellten Vortrage von Grundsätzen, die schon vor ihnen bekannt, allein noch nicht so sehr entwikkelt waren. Mit einem ähnlichen Verdienste bin ich hier vollkommen zufrieden; und überhaupt, so lang irgend ein Geometer durch eine von ihm erfundene Rechnung auf Resultate geführt wird, die schon vor ihm bekannt waren, so kann die Methode neu, das ganze Verdienst davon ihm eigen seyn, allein es wird wohl niemand sagen können, daß er die Sache **entdekt** habe. Gehen Sie die Geschichte der Analysis, der Mechanik, der Optik, der Astronomie, allein in unserm Jahrhunderte durch, und Sie werden finden, daß die **Euler**, die **la Grange**, die **Tempelhofe**, und die grösten Geister unserer Zeit sehr oft in diesem Falle waren.

Der zweyte und dritte Abschnitt Ihrer Beylage endigen sich mit so lächerlichen Ausrufungen, die schon allein

meine ganze Vertheidigung, und Ihre ganze Beschämung ausmachen könnten. Im Jahr 1784 auf der Leipziger Ostermesse gebe ich ein Buch heraus, sage und beweise darinn mit ganz kurzen Worten, daß die von mir berechnete Subtangente, durch die Barometerhöhe dividirt, das Verhältnis zwischen der Dichte der Luft und des Quecksilbers gebe. Im nämlichen Jahre 1784 auf der nämlichen Leipziger Ostermesse geben auch Sie ein Buch heraus, aus dem ich so viel sehe, daß Sie durch weis nicht wie viele Umwege ungefähr auf einen ähnlichen Lehrsatz geführt worden. Sie erklären also, daß die ganze Sache mit einem ausschliessenden Rechte Ihnen gehöre; und rufen Ihrem Publikum die höchst lächerlichen, abgeschmakten Worte zu: **ich sehe nichts neues, ich sehe überall mein Eigenthum.**

Jetzt mein Herr Autor, kommen wir noch auf einen sehr weitläufigen Text. Vertheidigen Sie Sich aufs äusserste, denn es betrift Ihre Lieblingssache, auf der der gröste Theil Ihrer Verdienste um Höhenmessungen beruhen soll: Ihre Berichtigung des Barometerstandes durch die Wärme. Ich habe darüber ganz andere Grundsätze als Sie; und ich fange damit an die meinigen zu erklären.

Es sind ungefähr drey Fälle, da man die Länge der Quecksilbersäule im Barometer, die sich durch Wärme

verlängert, durch Kälte verkürzt, nicht ganz so in Rechnung bringen kan, wie sie beobachtet wird. Die ganze Sache läuft bey allen drey Fällen darauf hinaus, daß die specifische Schwere des Quecksilbers als veränderlich angenommen, und erst durch den beobachteten Grad der Temperatur bestimmt werden mus. Sehen wir diejenige, die bey o Graden des Reaumur'schen Thermometers statt hat, für die Einheit an, so ist sie für r positive Grade von Reaumur, nach Fahrenheit $1 - \frac{r}{4958}$; nach de L'isle $1 - \frac{r}{5253}$; nach Nollet $1 - \frac{r}{5714}$; und nach de Luc $1 - \frac{r}{3420}$. Statt dieser Zahlen, von denen keine noch völlig entschieden ist, setze ich überhaupt n. Die specifische Schwere des Quecksilbers also für r bejahte Grade des Reaumur'schen Thermometers ist dem Ausdrukke proportional $1 - \frac{r}{n}$. Die Untersuchung selbst beruht jetzt noch auf einem Lehrsatze, den Sie so wenig als ich in Zweifel ziehen werden; die Dichte der Luft verhält sich zur Dichte des Quecksilbers, wie die Barometerhöhe zur Subtangente. Es ist gar keine Frage, was hier für eine Luft und für ein Quecksilber gemeint werde; die Luft ist diejenige, die den Beobachter umgiebt; und das Quecksilber wahrhaftig kein anders als das im Barometer, das diejenige specifische Schwere hat, die seiner gegenwärtigen Temperatur gemäs ist, und die vermittelst der vorigen

Formel für jeden Grad des Thermometers bestimmt werden kan. Es verhält sich demnach die Dichte der Luft die den Beobachter umgibt, zur gegenwärtigen Dichte des Quecksilbers im Barometer, wie die Barometerhöhe zur Subtangente. Ich verlasse mich darauf, daß Sie nichts gegen einen Saz werden einzuwenden wissen, der auf den natürlichsten Grundsäzen der Schwere der Körper beruht. Nennen Sie die leztere S, die vorlezte H; die specifische Schwere des Quecksilbers bey der Temperatur des zergehenden Eises 1, so ist die Dichte der Luft $\frac{H}{S}\left(1 - \frac{r}{n}\right)$.

Der erste Fall ist nunmehr der, wann für eine gegebene Barometer- und Thermometer-Höhe das absolute Gewicht eines Kubikfusses gemeiner Luft bestimmt werden soll? Die Antwort darauf ist die lezte Formel des vorigen Sazzes. Sie sezt also voraus, daß das absolute Gewicht eines Kubikfusses Quecksilber für eine gewisse Temperatur mit der grösten Genauigkeit angegeben sey. Ich finde auf diese Frage in keinem einzigen der physischen Werke die ich kenne, eine bestimmte Antwort, und ich würde dem Naturforscher sehr verbunden seyn, der mir sie geben könnte.

Der zweyte Fall ist der, wann nicht sowohl die absolute Dichte der Luft, sondern vielmehr ihr Verhält-

nis zu irgend einer andern bestimmt werden soll, die bey einer gewissen Barometer- und Thermometer-Höhe statt hat? der Fall kommt in mehrern Aufgaben der angewandten Mathematik vor, von denen ich hier nur eine, nämlich die astronomische Refraktion zum Beyspiel nehmen will. Nach der Refraktionentafel, in der Astronomie des de la Lande beträgt auf der scheinbaren Höhe von 45 Graden des Reaumur'schen Thermometers, die Strahlenbrechung 59 Sekunden, und es liegt bey dieser Beobachtung die Barometerhöhe von 28 Zollen, und die Thermometerhöhe von zehn Reaumur'schen Graden über dem Gefrierpunkte zum Grunde. Bey dieser Temperatur ist die specifische Schwere des Quecksilbers $1 - \frac{10}{n}$. Bey jeder andern ist sie $1 - \frac{r}{n}$. Sollte also die Refraktion für eine andere Barometer- und Thermometer-Höhe gefunden werden, so müste man die 59 Sekunden mit dem Verhältnis der Barometerhöhe in beyden Fällen multipliciren, und durch das Verhältnis der Subtangenten dividiren; es lassen sich daher die Zahlen genau berechnen, mit welchen die Strahlenbrechungen des Herrn de la Lande multiplicirt werden müsten, um für jede andere Barometer- und Thermometer-Höhe auf ihren wahren Werth gebracht zu seyn: eine Arbeit, die schon gröstentheils gethan ist; denn die zugehörige Tafel findet sich in la Lande's Astronomie, und in den meisten astronomischen

Ephemeriden. Soll noch auf die specifische Schwere des Queksilbers Rüksicht genommen werden, so müste man für jeden andern Grad des Reaumur'schen Thermometers dieselbe Zahlen mit $1 - \frac{r}{n}$ multipliciren, und dann durch $1 - \frac{10}{n}$ dividiren; das heist, sie müsten mit $1 - \frac{r - 10}{n}$, oder $1 + \frac{10 - r}{n}$ multiplicirt werden. Man ziehe demnach von der ohne Berichtigung berechneten Refraktion noch so viele 5000 Theilchen von ihr ab, oder setze so viele zu ihr hinzu, als das Reaumur'sche Thermometer Grade über dem zehnten oder unter dem zehnten anzeigt; und es wird alsdann der Einflus, den die verschiedene Temperatur des Quekfilbers verursachen konnte, mit in Rechnung gebracht, und die Refraktion mit der grösten Genauigkeit bestimmt seyn. Ich finde, daß für die Horizontalrefraktion, die Berichtigung nach dieser sehr einfachen Regel für den dreyßigsten Grad des Reaumur'schen Thermometers über dem Gefrierpunkte $8\frac{1}{2}$ Sekunden, und für den zehnten Grad unter ihm $9\frac{1}{2}$ Sekunden beträgt. Es ist allerdings der Mühe werth, bey astronomischen Beobachtungen darauf Rüksicht zu nehmen.

Der dritte Fall endlich kömmt bey Höhenmessungen vor. So wie ohne Berichtigung des Barometers durch die Wärme es der Unterschied der hyperbolischen Loga-

rithmen beyder Barometerhöhen selbst ist, der mit der Subtangente multiplicirt, den Unterschied der Höhen giebt; so sollte allerdings in dieser Formel jede der beyden Barometerhöhen noch zuerst mit der ihr zugehörigen specifischen Schwere des Quecksilbers multipliciert werden; denn es ist hier offenbar von Masse der Quecksilbersäule die Frage, und doch drükt die Barometerhöhe nur ihr Volumen aus. Es soll daher noch ehe die Multiplikation geschieht, zum Unterschiede der Logarithmen der Barometerhöhen noch der Unterschied der Logarithmen addirt werden, die den specifischen Schweren des Quecksilbers in beyden Fällen zugehörig sind. Die specifische Schwere des Queksibers im Horizonte ist $1 - \frac{R}{n}$; die auf der Höhe $1 - \frac{r}{n}$; die erste durch die letzte dividirt $1 - \frac{R-r}{n}$; und der hyperbolische Logarithmus dieser Zahl ist $-\frac{R-r}{n}$. Um den Einflus also bey Höhenmessungen mit in Rechnung zu bringen, den die verschiedene Wärme auf die Länge der Quecksilbersäule haben kan, so dividire man den Unterschied beyder Thermometerstände durch n, das ist durch 5000, man ziehe den Quotienten von dem hyperbolischen Logarithmen des Verhältnisses beyder Barometerhöhen ab; mit dem Reste multiplicire man die Subtangente, das Produkt wird die gesuchte Höhe seyn.

Ich sehe, daß bey diesem wiederholten Ausspruche Ihre schon gerunzelte Stirne sich in tiefere Falten legt, und ein düsteres Gewölke Ihr Gesicht überzieht. Wo bleibt dann aber jezt, rufen Sie verzweiflungsvoll aus, meine herrliche Normallänge? Wo die Geschiklichkeit, wo die vielfältigen Formeln, wo die unendlich vielen Beyspiele, die ich mühsam beygebracht habe, um alle mögliche Temperaturen auf eine zurük zu führen? Wo meine ganze Berichtigung des Barometerstandes? Wo mein so sehr gepriesener Unterschied zwischen der wahren und scheinbaren Normallänge? Wo mein vortrefliches Barometer, und wo mein unverbesserliches Thermometer? Wo endlich das ganze Drittheil meines schönen dikken Buchs, das ganz dazu bestimmt war? Ich kan Ihnen auf meine Ehre nicht sagen, wo diese herrlichen Erfindungen hingekommen sind; gewis ist es, daß ich sie zur Auflösung meines Problems nicht gebraucht, und nicht an sie gedacht habe. Sie sind wirklich zu bedauern, Hochzuverehrender Herr. Sie können mir unmöglich mit Grunde vorwerfen, daß ich meine Luftsäule mit verschiedenem Gewichte zu messen gedenke; meine ganze Auflösung zeigt Ihnen offenbar, daß ich die Verschiedenheit dieses Gewichts völlig so in Rechnung bringe, wie es den vernünftigsten Grundsätzen der Hydrostatik gemäs ist. Sie können nicht mich zu widerlegen das Beyspiel des Herrn **de Luc** mit Grunde anführen, es ist keine Folge daß es wahr seyn mus, weil **de Luc** es gesagt

hat. Sie können eben so wenig Sich auf die letzte sehr sonderbare Seite Ihrer Beylage berufen, wo Sie Sich zwar in die heftigsten Deklamationen ergossen, allein nicht einen erheblichen Grund angeführt haben. Gewöhnen Sie Sich mit mir und andern, die Temperatur des Quecksilbers im Barometer so zu nehmen wie sie ist, und nicht wie sie unter der oder jener sehr willkührlichen Voraussetzung wäre; überzeugen Sie Sich, daß der ganze Fehler, der durch den verschiedenen Einfluß der Wärme auf das Barometer in der Rechnung entstehen kann, gehoben werden mus, wann auf die veränderliche specifische Schwere des Quecksilbers so Rücksicht genommen wird, als es den vernünftigsten Grundsätzen vom Gleichgewichte flüssiger Körper gemäs ist; sehen Sie es ein, daß nie Ihr Barometerstand etwas anders seyn wird, als was er zu seyn scheint, und nie etwas anders scheinen wird, als was er ist, und daß also Ihr ganzer Unterschied zwischen der scheinbaren und wahren Barometerhöhe nicht hieher gehöre: verlassen Sie daher das Vorurtheil, daß man, um eine fehlerfreye Rechnung zu erhalten, alle Temperaturen auf eine Normaltemperatur bringen müsse, und sehen Sie diese Reduktion als eine sehr überflüssige Arbeit an, die mit der Auflösung des Problems in gar keiner Verbindung steht. Die Aufopferung ist für Sie gros, allein es ist ein Tribut, den Sie der Wahrheit schuldig sind; und wofern Sie es

noch lange anstehen lassen ihn zu bezahlen, so werden Sie nicht übel nehmen, wann ich mich genöthigt sehe, Sie mit eben den Worten wie vor anderthalb Jahren zu versichern; daß de Luc's, und mit noch weit mehr Gründen Ihre ganze Theorie über die Berichtigung des Barometerstandes durch die Wärme völlig unbrauchbar, und auf den unrichtigsten Grundsätzen erbaut sey.

Ich verbleibe mit der vollkommensten Hochachtung

Hochzuverehrender Herr

Dero

gehorsamster Diener

Christian Kramp,

Doktor der Arzneykunde.

Versuch einer vollständigern Theorie über die specifische Federkraft und Ausdehnbarkeit verschiedener Luftarten.

Die specifische Elasticität einer Luftart nennen wir die Fähigkeit, einem gewissen Drukke mit einer gegebenen Dichte das Gleichgewicht zu halten. Bey gleicher Dichte wird die specifische Federkraft für diejenige Luft die gröste seyn, die die gröste Elasticität ausübt; und die specifische Federkraft mus sich in diesem Falle verhalten wie die absolute; dies ist Definition der specifischen Elasticität. So lange sie die nemliche bleibt, so verhält sich die Dichte der Luft wie der Druk; dies ist das alte Theorem des Mariotte, das zwar Bernoullis und Eulers theoretischen Vorstellungen nicht völlig gemäs ist, das aber durch eine vielfältige Uebereinstimmung mit den Versuchen, seit einem Jahrhunderte in unserer Naturlehre allgemein ist, das Lamberts Beyfall erhielt, und dessen sehr geringe von Sulzer und

Müller beobachtete Abweichungen von der Erfahrung durch theoretische Gründe so wenig erklärt werden können, daß man sie beynahe allein praktischen Fehlern zuschreiben mus. Aus diesem folgt endlich das dritte Verhältnis: bey gleicher absoluter Elasticität verhält sich die specifische umgekehrt wie die Dichte. Ueberhaupt steht die absolute Elasticität einer Luftart im zusammengesetzten Verhältnisse ihrer Dichte, und ihrer specifischen Federkraft; das ist, sie verhält sich gerade wie die Masse und die specifische Federkraft, und umgekehrt wie das Volumen.

Gesetzt also, daß zwey Luftarten bey gleichem Volumen unter sich im Gleichgewichte stünden, so verhält sich die specifische Federkraft umgekehrt wie ihre Masse. Aus gleichem Grunde, wann von zwey Luftarten gleiche Massen unter sich im Gleichgewichte stehen, so verhält sich die specifische Federkraft gerade wie das Volumen. Und stehen überhaupt zwey Luftarten unter sich im Gleichgewichte, so verhält sich die specifische Federkraft gerade wie ihr Volumen, und umgekehrt wie ihre Masse.

Die specifische Federkraft einer Luftart hängt also noch zum Theil von ihrer Wärme ab, und sie bleibt nur beynahe bestimmt, so lange der Grad des Thermometers nicht mit angegeben ist. Eine jede Luftart erhält so wie

die atmosphärische, bey höherer Wärme eine höhere Elasticität; und wird, ohne daß ihr absoluter Drucke vermindert werde, nach gewissen Verhältnissen ausgedehnt, die vermuthlich für alle Luftarten verschieden sind. Es kan also seyn, daß bey einem gewissen Grade des Thermometers eine Luftart specifisch elastischer ist als die andere; daß bey einem höhern Grade ihre specifischen Federkräfte gleich sind; und daß bey noch mehr verstärkter Wärme die letztere specifisch elastischer wird als die erstere; und dies wird immer wahr seyn, wann durch gleiche Grade der Wärme die letztere nach einem stärkern Verhältnisse ausgedehnt wird. Dem Begriffe des Worts, specifische Federkraft, kan dieses nicht zum Vorwurfe gereichen, indem sie es mit der specifischen Schwere gemein hat; jede Gattung von festen Körpern wird durch gleiche Grade der Wärme nach ungleichen Verhältnissen ausgedehnt; und alsdenn sagt man, daß ihre specifische Schwere vermindert werde.

So wie sich in unsern Versuchen eine Luftart entwikkelt, so steht sie immer mit der atmosphärischen Luft im Gleichgewichte; und es verhält sich demnach ihre specifische Federkraft umgekehrt wie ihre specifische Schwere. Es lassen sich daher die Zahlen, durch welche man die Dichte unserer verschiedenen Luftgattungen aus Versuchen bestimmt hat, sehr leicht in andere verwandlen, durch welche die specifische Federkraft angezeigt wird,

die bey einem gewissen Grade des Thermometers jeder unter ihnen eigen ist. Ich habe sie nach Anleitung der Tabelle, die Herr Professor Lichtenberg aus dem 81sten Bande der philosophischen Transaktionen in seine neue Ausgabe von Erxlebens Physik eingerükt hat, hieher gesetzt. Zufolge der Versuche also, die Fontana in Kirwans Gegenwart anstellte, da das Fahrenheitische Thermometer auf 55°. und das Barometer auf 29. englischen Zollen stund, sind die specifischen Federkräfte der vorzüglichsten bisher bekannten Luftarten in folgender Tabelle enthalten.

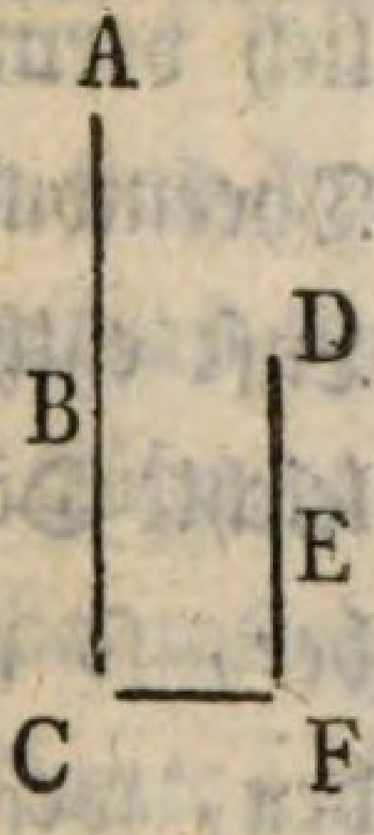
Atmosphärische . . .	100
Dephlogistisirte . . .	95
flüchtige alcalische . . .	192
gemeine brennbare . .	1250
sumpfluft nach Ingenhous .	149
fixe Luft	68
Salzsaure	59
Vitriolsaure . . .	50
Spathsaure . . .	34
gemeine Salpeterluft . .	97
phlogistisirte . . .	109

Diese Verhältnisse haben nur bey der Thermometerhöhe von 55°. statt; bey jedem andern Grade müssen sie verschieden seyn, wenn es anders auch bey den Luftarten wahr ist, was bey festen Körpern schon lange bestimmt worden ist, daß eine gleich vermehrte Wärme sie nach

unglei-

ungleichen Verhältnissen ausdehne. Bey gleichem Thermometergrade müssen diese Zahlen noch gelten, wann auch die Barometerhöhe anders wäre; indem bey gleicher Wärme die Dichte der äussern Luft und die Dichte der innern, die ihr das Gleichgewicht hält, bey einer veränderten Barometerhöhe in gleichem Verhältnisse vermehrt oder vermindert wird.

Es ist hier der Fall, von einem Probleme zu reden, das noch nie allgemein aufgelöst worden ist, und auch nicht aufgelöst werden konnte, so lange der Begriff der specifischen Federkraft nicht ins reine gebracht war. Es sollen nämlich die Bedingungen des Gleichgewichts zwischen zwo verschiedenen Luftarten bestimmt werden, deren Masse und specifische Federkraft man kennt, und die in einem verschlossenen Raume durch eine flüssige Materie von gleichfalls bekannter Masse und specifischer Schwere von einander abgesondert sind. Es seye ACFD eine gebogene, gleich dikke, an beyden Enden verschlossene, und senkrecht hängende Röhre. In den obern Theilen ihrer beyden Schenkel befindet sich Luft, von specifischer Federkraft, deren Masse man kennt. Ihr unterer Theil aber BCFE ist mit einer flüssigen Materie angefüllt, deren Masse und specifische Schwere gleichfalls bekannt ist. Es sollen die beyden Punkte B und E bestimmt werden, wo die leztere stille stehen mus, um beyden Luftmassen das Gleichgewicht zu halten. Es



würde nicht schwer seyn, mit Hülfe der Integralrechnung die Aufgabe noch viel weiter, und auf jede beliebige Gestalt von Gefässen auszudehnen; allein ich zweifle, ob diese Allgemeinheit hier von grossem Nutzen seyn würde.

Die Schwierigkeit, daß nur noch für die einzige atmosphärische Luft die specifische Federkraft für jeden Grad des Thermometers bestimmt ist, nöthigt uns, die Federkraft der atmosphärischen Luft in unserer Aufgabe für die Einheit anzunehmen; sie seye demnach = 1, die Federkraft der einen Luft im Schenkel A C = E, und der andern im Schenkel D F = F. Vermittelst der allgemeinen Ausdrükke in dem siebenten Abschnitte des ersten Theils meiner Geschichte der Aerostatik, und vorzüglich vermittelst der Tabelle, die für jeden Grad des Thermometers die Subtangente der atmosphärischen Luft enthält, erfodert es weiter nichts als eine sehr leichte Division, die Länge h des Cylinders von Quecksilber, so wie von jeder andern flüssigen Materie zu finden, welcher eine gewisse Masse M von gemeiner Luft, unter einem gegebenen Volumen V das Gleichgewicht halten kan. Ich verstehe hier unter V die Länge, die die Masse M von gemeiner Luft bey dem gegebenen Grade des Thermometers in unserer Röhre einnehmen würde; und eben so unter h die Länge eines Cylinders Quecksilber von gleicher Weite, die der absolu-

ten Federkraft der Luftmasse M bey dem Volumen V das Gleichgewicht hält.

Es seyen nunmehr AC $= a$, DF $= b$, BC $= x$, EF $= y$; AB $= a - x$, DE $= b - y$. Bey der Aufgabe kommt es darauf an, die absoluten Federkräfte beyder Luftmassen AB und DE, durch die Längen der Cylinder von der gegebenen flüssigen Materie auszudrükken, welchen jede unter ihnen das Gleichgewicht halten könnte. Es seye demnach noch die Luftmasse im Schenkel AC $= p$; und die Luftmasse im Schenkel DF $= q$. So ist die Dichte der erstern $= \frac{p}{a-x}$; die Dichte der leztern $= \frac{q}{b-y}$; die Dichte der gemeinen Luft aber $= \frac{M}{V}$. Die absoluten Federkräfte stehen im zusammengesezten Verhältnisse der Dichten und der specifischen Federkräfte; und die absolute Federkraft der gemeinen Luft ist ausgedrükt durch h. Die Höhe des Cylinders von gegebener Materie also, der jede unserer beyden Luftmassen das Gleichgewicht halten könnte, ist in beyden Fällen das vierte Glied einer Regel de Tri, bey der das erste Glied die Dichte der gemeinen Luft, das zweite die Dichte unserer beyden Luftmassen mit ihrer specifischen Federkraft multiplicirt, und das dritte Glied die Länge h ist, die unter die gegebenen Grössen gehört. Man findet die Höhe des Cylinders, der

jede unserer beyden Luftmassen das Gleichgewicht halten könnte, ausgedrükt für die eine AB durch $\frac{EV\ hp}{M(a-x)}$; und für die andere DE durch $\frac{FV\ hq}{M(b-y)}$. Die beyden Quotienten $\frac{EV\ hp}{M}$, und $\frac{FV\ hq}{M}$ enthalten nichts als gegebene Grössen; man setze demnach statt der erstern A und statt der letztern B so ist die absolute Federkraft der erstern Luft AB $= \frac{A}{a-x}$; und die absolute Federkraft der andern DE gleich dem Gewichte eines Cylinders von der gegebenen Materie, dessen Höhe $\frac{B}{b-y}$ wäre.

Die erstere mus nun zugleich mit BC, der Summe der letztern und der Höhe EF gleich seyn, wenn anders zwischen beyden Luftmassen und der flüssigen Materie ein Gleichgewicht statt finden soll. Es führt uns dieses auf die sehr einfach scheinende Gleichung, die die Verbindung zwischen den bekannten und unbekannten Grössen unserer Aufgabe anzeigt: $\frac{A}{a-x} + x = \frac{B}{b-y} + y$. Von den beyden Grössen x und y ist nun die Summe gegeben; sie ist nämlich die ganze gegebene Länge BCFE, weniger dem untern Theil der Röhre CF, und nur ihr Unterschied wird gesucht. Es seye demnach die erstere $= 2c$, und die letztere $= 2v$: so ist BC $= x =$

$c + v$. und EF $= y = c - v$. Man setze diese neuen Ausdrükke an die Stelle beyder unbekannter Grössen x und y; man multiplicire beyde Theile der Gleichung mit dem Produkte ihrer Nenner, um sie von den Brüchen zu befreyen; man bringe endlich die gleichnamigen Glieder der Gleichung auf eine Seite des Gleichheitszeichens, und lasse diejenigen weg, die sich von selbst aufheben; so erhält man endlich eine Gleichung vom dritten Grade, die nur noch eine unbekannte Grösse, nämlich den Unterschied v der beyden Linien BC und EF enthält, und von deren Reduktion, nach den gewöhnlichen Regeln der Buchstabenrechnung behandelt, die völlige Auflösung unserer Aufgabe abhängt. Es seye nämlich $a - c = f$, $b - c = g$; so ist

$$\frac{A}{a-x} + x = \frac{B}{b-y} + y;$$

$$\frac{A}{a-c-v} + c + v = \frac{B}{b-c+v} + c - v;$$

$$\frac{A}{f-v} + 2v = \frac{B}{g+v}$$

Mit $(f - v)(g + v)$ multiplicirt, erhalten wir $Ag - Av + 2fgv - 2gvv + 2v^3 = Bf - Bv$; das ist $(Ag - Bf) + (A + B + 2fg)v + 2(f - g)vv = 2v^3$

Es sagt uns diese Gleichung, daß die Auflösung des Problems vollkommen die nämliche bleibt, so lang das

Produkt der Masse jeder Luftart mit ihrer specifischen Federkraft das nämliche ist. Wäre zum Beyspiel in jedem Schenkel nur halb soviel einer Luftart die aber doppelt so elastisch wäre; oder eine doppelt so grosse Masse einer Luftart, die nur halb so elastisch wäre, so würden die Koefficienten unserer Gleichung, ihre Wurzeln, und also auch die Bedingungen des Gleichgewichts noch völlig die nämlichen seyn wie zuvor. Die Gleichung selbst hat so wie alle Gleichungen vom dritten Grade, entweder zwey unmögliche, oder drey mögliche Wurzeln; allein die Bedingung, daß die beiden Werthe von B C und E F, niemals verneint, und auch niemals gröser seyn dörfen, als die Schenkel der Röhre selbst, schliest im letztern Falle von den drey möglichen Wurzeln immer zwo aus, und es bleibt nur eine noch übrig, die der Natur der Aufgabe völlig entspricht.

Beyspiel. Es seye die Weite unserer Röhre von 10 Quadratlinien; die Barometerhöhe 28 Zoll; das Reaumur'sche Thermometer stehe auf dem siebenten Grade unter dem Gefrierpunkte. Bey dieser Wärme ist demnach die Subtangente der atmosphärischen Luft 3888 Toisen; und die Luft selbst wird beynahe 10000 mal leichter als das Quecksilber seyn. Den Kubikschuh des letztern also auf 948 Pfunde gesetzt, so wird das Gewicht eines Kubikschuhes gemeiner Luft, in Pfunden ausgedrükt 0, 0948. Ein Pfund gemeine Luft erhält also bey dieser Dichte ein Volumen, das in Ku-

bikschuhen ausgedrükt 10,5485 ist; und das in unserer zehn Quadratlinien weiten Röhre eine Länge von 262480 Zollen einnehmen würde. Ein Gran Luft also in der nämlichen Röhre würde sich in die Länge von 28, 48 Zollen ausdehnen müssen; und es wäre die Gewichte in Granen, und die Räume in Zollen ausgedrükt, $M = 1$, $V = 28, 48$ und $h = 28$.

In dem untern Theil dieser Röhre soll sich nun Quecksilber befinden, das, die Länge C F abgerechnet, noch 40 Zolle einnimmt. Die Länge A C soll 36, und D F 25 Zolle betragen. In dem obern Theile des erstern Schenkels sollen sich drey Grane einer Luftart befinden, die halb so elastisch ist als gemeine Luft; und der andere Schenkel soll vier Grane einer andern Luft enthalten, deren specifische Federkraft ein Drittheil beträgt. Es ist also unsern Benennungen zufolge $a = 36$, $b = 25$, $c = 20$, $p = 3$, $q = 4$, $E = \frac{1}{2}$, $F = \frac{1}{3}$, $f = 16$, $g = 5$. Man erhält aus diesen Werthen auch die beyden Koefficienten A und B; $A = 1196, 16$; $B = 1063, 25$; $Ag - Bf = -11031$; $f - g = 11$, $fg = 80$, und $A + B = 2259, 41$. Unsere ganze Gleichung wird demnach $5515, 6 = 1209, 7v + 11vv - v^3$. Die einzige hier brauchbare Wurzel dieser Gleichung, (dann sie enthält drey mögliche Wurzeln) durch Näherung gefunden ist $v = 4, 452$. Man erhält daher $BC = 24, 45$;

EF = 15, 55; AB = 11, 55 und DE = 9, 45. Die absoluten Federkräfte beyder Luftmassen, nach den Verhältnissen im Anfange dieser Aufgabe bestimmt, sind nun so, daß die erstere einer Quecksilbersäule von 103,56; und die andere einer Säule von 112,51 Zollen das Gleichgewicht halten würde; und dies macht mit den beyden BC und EF in beyden Schenkeln die nämliche Quecksilbersäule von 128 Zollen aus; die einzige Bedingung, die zum Gleichgewichte erfordert wird.

Die Auflösung wird etwas leichter seyn, wann der eine Schenkel unserer Röhre luftleer ist. Es befinde sich in dem Schenkel AC keine Luft; daß also der Koefficient $A = o$ werden mus. Die Gleichung verliert dadurch zwey ihrer Glieder, und läst sich durch $v - f$ dividiren. Sie wird nach dieser Division noch seyn $2vv + 2gv = B$; eine Gleichung vom zweyten Grade, die immer zwey mögliche Wurzeln haben wird, von denen aber höchstens eine für unsere Aufgabe brauchbar seyn kann.

Ein gleiches Schiksal hat auch derjenige Fall, da die eine Röhre DF oben offen wäre, und also die Atmosphäre selbst die Stelle der eingeschlossenen Luft vertreten müste. Alsdann wird nämlich die Quecksilbersäule, der die mit der äusern gleich dichte atmosphärische Luft in DE das Gleichgewicht halten könnte, die Barom

terhöhe selbst seyn; und unsere ursprüngliche Gleichung wird ungleich einfacher, nämlich $\frac{A}{a-x} + x = h + y$. Man setze auch in ihr $x = c + v$, $y = c - v$, so wird aus ihr $(A - fh) + (h + 2f)\,v = 2vv$: eine Gleichung vom zweyten Grade, die wieder zwey mögliche, aber nur eine in unserm Fall brauchbare Wurzel hat. Sollte es atmosphärische Luft seyn, die den einen Schenkel A C erfüllte, so ist unser Problem nichts anders als die von Lamberten in seiner Pyrometrie längst aufgelöste Aufgabe des Luftthermometers, die ihn auch auf eine, obgleich weniger einfache Gleichung vom zweyten Grade geführt hat. In der That braucht hier die Röhre A C nicht durchgehends gleichförmig zu seyn; sie kan eine geräumige Kugel vorstellen, die mehrere Grane atmosphärischer Luft enthält, und sehr leicht gros genug gemacht werden kann, daß gegen ihr der ganze übrige Theil der Röhre wie nichts zu rechnen ist. Es seye für diesen Fall, die Länge der in eine mit dem Thermometer gleich weite cylindische Röhre verwandelten Kugel $= a$; so drükt $Ma : pV$ das Verhältnis aus, in welchem die Dichte der äussern Luft mit der Dichte der innern steht, die hier als eine beynahe beständige Grösse angesehen werden kan. Man setze daher $Ma : pV = 1 : n$, so wird aus unserer Gleichung folgende $2v = h - nEh$. Es folgt also $x = c + \frac{h - nEh}{2}$; $y = c - \frac{h - nEh}{2}$;

und aus beyden $nE = 1 - \frac{2c - 2y}{h} = 1 + \frac{2c - 2x}{h}$ $= 1 - \frac{x - y}{h} = \frac{h + y - x}{h}$. Die Gleichung wird noch durch folgenden sehr einfachen Lehrsatz bestätigt. Die absolute Federkraft der äussern Luft ist 1; die der innern nE. Die erstere hält der Quecksilbersäule h; die letztere der Quecksilbersäule $h + y - x$ das Gleichgewicht. Es ist daher $1 : nE = h : h + y - x$; das ist $nE = 1 - \frac{x - y}{h} = 1 + \frac{y - x}{h}$.

Umgekehrt wann x oder y durch Beobachtungen bestimmt ist, so läst sich daraus, nach vorher bekannter Masse der eingeschlossenen Luft der Grad der specifischen Federkraft berechnen, den sie im Augenblikke der Beobachtung haben muste; und da diese Federkraft die Wirkung der vermehrten oder verminderten Wärme ist, so ist demnach die so eingerichtete Röhre ein Wärmemesser. Die bequemste Abtheilung einer solchen Thermometerskale ist nun allerdings diejenige, die für jeden Stand des Quecksilbers im Thermometer die spesifische Federkraft der Luft selbst anzeigt; und aus diesem Grunde bezeichnete Lambert den Frierpunkt mit 1000; und den Punkt des siedenden Wassers mit 1370. In der That zeigen unsere beyde Gleichungen deutlich an, daß bey einer so eingerichteten Röhre die Grade der specifischen Federkraft mit den Graden des Thermometers in arithmetischer

Progreßion fortgehen müssen; und daß daher gleiche Abtheilungen der Thermometerskale, auch gleichen Unterschieden der specifischen Federkraft gegen über stehen.

Und gleichwohl ist es noch sehr zweifelhaft, ob dieses Werkzeug, so wie alle unsere Thermometer, den Namen eines Wärmemessers eigentlich verdiene; das ist, ob es wirkliche Grade der Wärme anzeige. Die Frage führt uns noch auf eine andere, die zuerst beantwortet werden müßte, ob die specifische Federkraft der Luft mit der absoluten Menge der in ihr enthaltenen Wärme in geometrischem Verhältnisse stehe. Ein sehr wichtiges Theorem, das zwar noch keiner widerlegt, aber auch noch keiner bewiesen hat, und für welches unsere Naturlehre überhaupt noch zu jung ist.

Ich habe in dem sechsten und siebenten Abschnitt meiner Geschichte die Subtangente diejenige Linie genannt, die sich zur Barometerhöhe verhält, wie die Dichte des Quecksilbers zur Dichte der Luft; und die mit dem Unterschiede der hyperbolischen Logarithmen zweyer Barometerstände multipliciert, den Unterschied der Höhen gibt. Der Ausdruk selbst ist nicht neu. Lambert, der überhaupt das Wort Subtangente, und seine grosse Anwendung in dem Maasse des Feuers und der Wärme besser als kein anderer Geometer und kein Naturforscher unsers Jahrhunderts kannte, redet schon weitläufig von ihr in der Abhandlung von den Barometerhöhen und ihren

Veränderungen, die sich im dritten Bande der Abhandlungen der Churfürstlich Bayerischen Akademie der Wissenschaften befindet, München 1765, zu einer Zeit also, da de Luc's Entdekkungen noch nicht bekannt waren. Man findet es dort sehr deutlich gesagt, daß diese Subtangente das Maas der Wärme sey; daß von ihren Veränderungen auch die Logarithmische Linie, und mit ihr die ganze Anordnung der atmosphärischen Schichten abhange; daß bey unveränderter Barometerhöhe, aber bey veränderter Wärme es irgendwo in der Atmosphäre eine Höhe geben müsse, wo der Unterschied der Barometerstände der gröste ist; und daß diese Höhe ungefähr die Subtangente selbst sey. Der sechste Abschnitt in meinem Buche ist in der That nichts anders als eine weitere Ausführung der Lambertischen Sätze. Des Ausdruks, **specifische Federkraft**, bediente sich **Lambert** noch nicht; und eben so wenig wuste er, wie für jeden Grad des Thermometers die Subtangente in Toisen bestimmt werden müsse; eine Bestimmung, die erst aus den Beobachtungen des Herrn de Luc hergeleitet werden konnte, der **Lamberts** Aufsätze und überhaupt die meisten teutschen Schriften nicht kannte, und dessen Werk dadurch, meinem Urtheile nach, unendlich viel verlor.

Die Subtangente ist überhaupt die Basis der ganzen Aerologie im weitläufigsten Verstande, es ist beynahe nicht ein einziges Problem, sowohl über die gemeine Luft, als über jede andere künstliche Luftart, das ohne die Kenntnis der Subtangente bestehen könnte.

Die Hydrostatik beweist, daß die Geschwindigkeit, mit der sich ein flüssiger Körper aus einem angefüllten Gefässe ergiessen mus, eben diejenige sey, die einer Fallhöhe zugehört, welcher die Höhe des Wassers im Gefässe, von dem obersten Rande der Mündung an gerechnet, gleich wäre. Man stelle sich also ein Gefäs mit gemeiner Luft von einer gewissen Federkraft angefüllt vor, die sich durch eine gegebene Oeffnung in den leeren Raum ergiessen soll. Die Geschwindigkeit, mit der dieses geschehen müste, wird eben dieselbe seyn, die ein Körper durch den Fall von einer Luftsäule herab erhalten hätte, die derselben eingeschlossenen Luft an Dichtigkeit und absoluter Federkraft gleich wäre; und die also auch mit ihr gleiche specifische Federkraft haben müste. Diese Höhe ist offenbar nichts anders als unsere Subtangente; und da diese sich nur wie die specifische Federkraft verhält, und, so lange diese unverändert bleibt, auch bey noch so sehr vermehrter oder verminderter Dichte ebendieselbe bleiben mus, so erhellt demnach, daß die Subtangente die Fallhöhe der Geschwindigkeit sey, mit der gemeine Luft aus einem sonst verschlossenen Gefässe in den leeren Raum hinausströmen mus; daß also diese Geschwindigkeit ebendieselbe bleiben müsse, so lange die specifische Federkraft unverändert bleibt, und so lange daher die absolute sich nur nach dem Verhältnisse ihrer Dichte verändert; und daß in jedem andern Falle die Ge-

schwindigkeit der Luft sich verhalten müsse, wie die Quadratwurzel aus ihrer specifischen Federkraft. Die Bestimmung also der in deu leeren Raum sich ergiessenden atmosphärischen Luft für jeden Grad des Reaumur'schen Thermometers ist nun sehr leicht. Man multiplicire die in dem ersten Theil meines Buchs berechnete Subtangente in Toisen mit 10, die Quadratwurzel aus dem Produkte ist die verlangte Geschwindigkeit, ausgedrükt durch Toisen in einer Sekunde.

Durch Newtons synthetische Beweise, und Eulers analytische Berechnungen wissen wir, daß die Geschwindigkeit, mit der sich der Schall in irgend einer flüssigen elastischen Materie fortpflanzt, in dem geraden Verhältnisse der Quadratwurzel aus ihrer Elasticität, und dem umgekehrten Verhältnisse der Quadratwurzel aus ihrer Dichte stehen müsse. Beide meinten hier die absolute Elasticität. Kürzer würde also dieser Satz folgender massen gesagt seyn; die Geschwindigkeit des Tons verhält sich wie die Quadratwurzel aus der specifischen Federkraft. In der That scheint das Theorem in seiner völligen Allgemeinheit noch in dem Falle wahr zu seyn, wann die Schwere veränderlich wäre. Auch alsdann noch verhält sich nach dem Mariottischen Lehrsatze, bey unveränderter specifischer Federkraft die Dichte wie der Druk, und gesetzt also, daß beyde in gleichem Verhältnis vermehrt würden, so würde zwar die

Kraft grösser, die bewegt; allein auch in gleichem Verhältnis die Masse die bewegt werden soll, und die erzeugte Geschwindigkeit der leztern würde noch die nämliche seyn wie zuvor.

Noch genauer bestimmt, ist die Geschwindigkeit des Tons diejenige, die durch den Fall von einer Höhe erhalten worden wäre, die die Hälfte derjenigen ist, welche die Atmosphäre haben müste, um mit unserer untern Luft von gleicher Dichte, aber auch von gleicher absoluter Elasticität zu seyn. Es ist dies wieder nicht anders als die Hälfte der Subtangente. Man multiplicire daher die Subtangente mit 5; die Quadratwurzel aus dem Produkt ist die verlangte Geschwindigkeit des Schalles, so wie er sich in atmosphärischer Luft fortpflanzen mus, in Toisen ausgedrükt, für alle Grade des Reaumur'schen Thermometers. Folgende Tafel enthält diese sowohl als die vorige.

Grade des Reaumur'schen Thermometers.	Geschwindigkeit der Luft in den leeren Raum.	und Geschwindigkeit des Schalles, in Toisen in einer Sekunde.
30 . .	214, 39 . .	151, 60
29 . .	213, 95 . .	151, 28
28 . .	213, 50 . .	150, 97
27 . .	212, 98 . .	150, 65
26 . .	212, 60 . .	150, 33
25 . .	212, 15 . .	150, 01
24 . .	211, 70 . .	149, 69
23 . .	211, 24 . .	149, 37
22 . .	210, 79 . .	149, 05
21 . .	210, 34 . .	148, 73

20	209,88	148,41
19	209,42	148,08
18	208,96	147,76
17	208,51	147,43
16	208,05	147,11
15	207,59	146,79
14	207,12	146,46
13	206,66	146,13
12	206,20	145,80
11	205,73	145,47
10	205,27	145,14
9	204,80	144,82
8	204,33	144,49
7	203,86	144,15
6	204,39	143,82
5	202,92	143,47
4	202,45	143,15
3	201,98	142,82
2	201,50	142,48
1	201,02	142,14
0	200,55	141,81
— 1	200,07	141,47
— 2	199,59	141,13
— 3	199,11	140,79
— 4	198,63	140,45
— 5	198,15	140,11
— 6	197,66	139,77
— 7	197,16	139,42
— 8	196,69	139,08
— 9	196,20	138,74
— 0	195,71	138,39

Es

Es ist bekannt genug, daß die schon von Newton nach diesen Grundsätzen bestimmte Geschwindigkeit der Luft ungefähr um den siebenten Theil kleiner seye, als die Erfahrung sie bewiesen hat. Newton erklärt dieses daraus, daß nur sechs siebente Theile der Luft elastisch seyen; und der noch übrige Theil aus vollkommen harten Körpern bestehe, durch welche sich der Schall anders als bey elastischen Körpern ohne alle Succession augenblicklich fortpflanzt. Euler wendet mit Recht dagegen ein, daß nach dieser Voraussetzung die Luft nie mehr als bis auf den siebenten Theil ihres Volumens zusammengedrückt werden könne, und also Newtons Erklärung der Erfahrung zuwider seye. Er glaubt vielmehr die Geschwindigkeit dadurch zu heben, daß in der Rechnung nur von einer einzigen Luftwelle die Rede sey; in der Erfahrung aber eine Luftwelle auf die andere folge; und daher die vorhergehende von allen nachfolgenden nothwendig beschleunigt werden müsse. Allein Euler scheint hier nicht bedacht zu haben, daß diese Beschleunigung eine unmögliche Sache ist, wann die Geschwindigkeit des Schalles gleichförmig seyn soll; und daß sie es sey, dies ist wenigstens der Grundsatz, worauf Eulers ganze Theorie beruht. Unterdessen zeigt doch meine Tabelle, und vermuthlich mit ziemlicher Zuverlässigkeit, in welchem Verhältnisse die Geschwindigkeiten des Schalles bey ungleichen Graden der Wärme unter sich stehen müssen. Sie bestimmt aufs genaueste, was

man aus Bionconi's Sendschreiben an Herrn Scipio Maffei schon ungefähr aus Versuchen weis, (Hamb. Magazin sechzehenter Band Seite 476,) um wieviel der Schall in warmer Luft geschwinder als in kalter gehe.

Das Theorem, daß bey gleichem Drukke die Subtangente sich wie die specifische Federkraft verhalten müsse, ist in seiner völligen Allgemeinheit wahr; und läst sich auch auf andere Luftarten von sehr verschiedener specifischer Federkraft sehr leicht ausdehnen. Die Subtangente, die der brennbaren Luft zugehört, mus in ebendem Verhältnisse grösser seyn, als die Subtangente für die gemeine Luft, in welchem die erstere specifisch elastischer ist. Nach Grundsätzen also, die den bisherigen ganz ähnlich sind, läst sich für jede der bisher bekannten Luftarten sowohl die Geschwindigkeit bestimmen, mit der sie sich nach gehobenem Gleichgewichte in den leeren Raum ergiessen müsten; als auch diejenige, mit der sich der Schall in jeder unter ihnen fortpflanzen müste. Man findet sie beyde in folgender Tafel so genau berechnet, als es der gegenwärtige Zustand unserer Versuche erlaubt. Es ist freilich wahr, daß die ganze Tabelle nur für den 55° des Fahrenheit'schen Thermometers gemacht ist; für jeden andern Grad wird sie nicht mehr ganz richtig seyn, indem vermuthlich alle diese Luftarten durch gleiche Grade der Wärme nach sehr ungleichen Verhältnissen ausgedehnt werden. Die erste

Reihe stellt die Subtangente in Toisen vor; die beyden andern die Geschwindigkeit.

Atmosphärische .	4218 .	205, 38 .	145, 22
Dephlogistisirte .	4007 .	200, 17 .	141, 55
flücht. alkalische .	8097 .	284, 55 .	201, 21
gem. brennbare .	52721 .	726, 09 .	513, 42
Sumpfluft .	6284 .	250, 68 .	177, 26
fixe Luft . .	2868 .	169, 35 .	119, 75
Salzsaure . .	2488 .	157, 73 .	111, 53
Vitriolsaure .	2109 .	145, 22 .	102, 69
Spathsaure . .	1434 .	119, 75 .	84, 68
Salpeterluft .	4091 .	292, 26 .	143, 02
Phlogistisirte .	4597 .	214, 41 .	151, 61

Es ist noch bey weitem nicht ganz ausgemacht, ob das Mariottische Gesetz für Höhenmessungen vom Horizonte an bis in die höchsten Regionen der Atmosphäre gelten könne. In der untern Schichte ist es so sehr wahr, daß nach de Luc's Beobachtungen jeder scheinbare Unterschied zwischen Theorie und Erfahrung eher einem Fehler in unsern Versuchen als unserer Atmosphäre zuzuschreiben sey. Ob es auch noch auf den höchsten Bergen gelte, und ob auch alsdann noch die Barometerbeobachtungen mit einer vorsichtigen geometrischen Messung übereinstimmen würden; dies ist eine Sache die wenigstens Bouguers Messungen, und Lambert's Berechnungen offenbar gegen sich hat; und gesetzt auch es wäre nicht, so sind unsere höchsten Gebirge, auf welchen wir noch Barometerbeobachtungen an-

stellen können, noch nicht der sechste Theil unserer ganzen Atmosphäre.

Der ganze Unterschied bey der Anordnung der Schichten unserer Atmosphäre, zwischen dem was sie nach dem Mariottischen Gesetze seyn sollte, so manchfaltig und verwikkelt auch seine Ursachen dem ersten Anblikke nach zu seyn scheinen, läst sich gleichwohl auf den sehr einfachen und allgemeinen Lehrsatz zurükführen, daß die specifische Federkraft der atmosphärischen Luft auf jeder Höhe verschieden seyn müsse, und daß ihr analytischer Ausdruk eine gewisse Funktion der Höhe sey. Schon die einfachsten Gesetze der Hydrostatik erfordern, daß die mehr elastische Luft sich in den höhern Regionen sammle, daß die untere Luft immer dichter, und die höhere immer leichter seyn müsse, als sie es nach der Hypothese einer durchaus gleichen specifischen Federkraft seyn sollte; und daß daher die Linie der Barometerhöhe, und die Linie der Dichte unter sich verschieden seyn, und weder die eine noch die andere eine Logistica seyn könne. Es wird diese Vermuthung noch ausser dem durch **Bouguer's** und **Lambert's** Bemühungen unmittelbar bestätigt, die beyde, die aus dem beobachteten Barometerstande berechnete Höhen grösser fanden, als die geometrische Messung sie anzunehmen erlaubte. Unsere neue Kenntnis der Lufarten läst uns nur allzuleicht errathen, welches von diesem die Ursache

sey. Sie sagt uns, daß unsere gemeine Luft eine Mischung mehrerer Luftarten seye, die unter sich verschiedene Federkräfte besitzen; und sie führt uns sehr natürlich auf den Schlus, daß die leichte Luft sich in die höhern Gegenden sammlen, nnd die allerhöchsten Schichten unserer Atmosphäre beynahe allein ausmachen müsse. Es ist wahr, daß in unsern Gegenden, und noch auf einer Höhe von anderthalb Tausend Toisen diese Mischung der gemeinen Luft überhaupt noch durch keine Abweichung vom Mariottischen Gesetze bemerkt werden kan, und daß bis dahin die specifische Federkraft der atmosphärischen Luft zwischen den Federkräften ihrer Bestandtheile ungefähr die mittlere, und ebendieselbe sey. Allein ob auf jeder Höhe der Atmosphäre die Mischung der Bestandtheile der Luft so vollkommen ist, daß dies Verhältnis zwischen ihnen noch in den höchsten Gegenden der Atmosphäre ebendasselbe wie auf dem Horizonte seyn kan; ob die fixe und die dephlogistisirte Luft sich den Gesetzen des Gleichgewichts zufolge mit gleicher Leichtigkeit in die höhern Regionen erhebt, als die ungleich mehr elastischen Theilchen der brennbaren und der phlogistisirten Luft; dies ist wenigstens noch durch keine physische Beobachtung bewiesen, und es sind vielmehr überwiegende Gründe da, das Gegentheil zu erwarten.

In der That haben die sehr häufigen feurigen Meteore, die sich in mitternächtlichen Gegenden sehen lassen, in

einer Entfernung vom Horizonte, die zehnmal über die höchsten Gipfel unserer Gebirge hinaus geht, und wo dem Mariottischen Gesetze gemäs das Barometer kaum noch auf einer Linie stehen sollte, einige der grösten Naturforscher unseres Jahrhunderts schon längstens darauf geführt, daß die entferntesten Schichten unserer Atmosphäre aus keiner andern mehr als aus eben den brennbaren und pflogistisirten Luftarten bestehen können, an welchen die Physik die allerhöchsten Grade von Leichtigkeit, oder bestimmter zu reden, von specifischer Federkraft bemerkt. Es bestätigen die Versuche, die schon in den untern Schichten unseres Dunstkreises angestellt worden sind, daß die höherliegende atmosphärische Luft, anstatt wegen der Abnahme der Dünste reiner zu werden, vielmehr über 150 Toisen hinaus an Salubrität merklich abnimmt. Es wird die nämliche Vermuthung auser allem Zweifel gesetzt, durch die astronomische Refraktionentafel, die sich ein für allemal nicht mit dem Lehrsatze verträgt, daß sich der Unterschied der Logarithmen der Barometerstände wie der Unterschied der Höhen vertrage. Es sind dies Ursachen genug zu vermuthen, daß die atmosphärische Luft bei zunehmender Höhe elastischer werde, und daß vielleicht das äuserste Verhältnis der specifischen Federkräfte dasjenige sey, das zwischen der gemeinen Luft und der brennbaren bemerkt wird.

Es verhalte sich aber mit der Zunahme der specifischen Federkraft, wie es wolle, so löst unsere Analysis auch noch unter dieser Gestalt das ganze Problem sehr leicht auf. Die Subtangente mus durchgehends der specifischen Federkraft proportional bleiben; und da diese leztere eine Funktion der Höhe ist, so sezt die ganze Auflösung des Problems nichts weiter als die leichtesten Grundsäze der Integralrechnung voraus. Diese Funktion zu finden, ihre beständigen Grössen anzuzeigen, zu bestimmen wie bey verändertem Stande des Barometers, des Thermometers, des Hygrometers, des Eudiometers sie modificirt werden müsse, diß ist das gröste, und beynahe das einzige Problem der Meteorologie. Sie würde uns sehr leicht die Ursache und vielleicht auch die Folge der kommenden Winde anzeigen, die überhaupt in nichts anders ihren Grund haben, als daß das Gleichgewicht zwischen den absoluten Federkräften der verschiedenen Theile einer horizontalen Luftschichte gehoben ist. Sie endlich enthielte die vollständigste Auflösung des Problems für jede gegebene Höhe die Dichtigkeit der Luft und den Barometerstand zu bestimmen. Allein es scheint diese Entdekkung noch sehr fern zu seyn. Von der ersten Entdekkung des Paskal bis auf die Verdienste der Herren **Lambert** und **de Luc** muste ein ganzes, an Entdekkungen sonst sehr reiches Jahrhundert vorbeygehen, das sich an Thätigkeit vor allen vorhergehenden auszeichnete; und was ist denn die ganze Zunahme der

Wissenschaft in diesem Zeitraum gegen die unendlich grosse Zahl der kostbarsten Versuche, die noch erst gemacht werden müsten, bis die specifische Federkraft der atmosphärischen Luft auf jeder Höhe bestimmt wäre?

Die einfachste Hypothese würde wohl diejenige seyn, daß, wann x die Höhe, m und n aber zwey Linien von bestimmter Länge sind, und die specifische Federkraft der Luft am Horizonte durch die Einheit ausgedrükt ist, dieselbe auf der Höhe x dem Ausdrukke $\frac{1 + x : m}{1 + x : n}$ proportional wäre. Soll alsdann a die Subtangente im Horizonte; h der Barometerstand im Horizonte, und y derselbe auf der Höhe x seyn, so hat die Differentialgleichung statt $\frac{n a d y}{m y} = \frac{n + x}{m + x} d x$; deren Integral folgendes ist $\frac{na}{m} Log \frac{h}{y} = x + (n - m) Log \left(1 + \frac{x}{m}\right)$. Das Verhältnis $m : n$ ist überhaupt dasjenige, das den specifischen Federkräften der Luft in der alleruntersten und in der allerhöchsten Schichte zukömmt. Nehmen wir beyde unter sich gleich an, so wird aus unserer Gleichung die ganz gemeine längst bekannte Gleichung zwischen Barometerstand und Höhe, $a Log (h : y) = x$. Ebendieses hat noch statt, so lange die Höhe x klein genug ist, daß in dem analytischen Ausdruk des hyperbolischen Logarithmus, ihr Quadrat mit allen höhern Potenzen

ganz darf weggelassen werden. Ist aber x gegen m nicht klein genug, so wird die für einen gegebenen Unterschied der Barometerstände berechnete Höhe grösser seyn, als sie nach der gemeinen Theorie, und bey der durchaus gleichen specifischen Federkraft der Luft gewesen wäre. Lambert, um die geometrischen Messungen der Berge mit den Barometerbeobachtungen übereinstimmend zu machen, sahe sich gleichfalls genöthigt, die nach der Mariottischen Regel berechnete Höhe durch eine besondere Formel zu berichtigen, die immer verneint ist, und also stillschweigend voraussetzt, daß die specifische Federkraft der Luft bey zunehmender Höhe grösser sey. Ob im übrigen Lambert, der sich meines Wissens des Ausdruks specifische Federkraft der Luft nie bedient hat, und der so gar die hier ganz entgegengesetzte Benennung, Wärme der Luft braucht, bey seiner Berechnung meine Hypothese zum Grund gelegt hat, dies ist es was ich vermuthe, aber nicht mit Gewisheit bestimmen könnte.

Der allgemeine Lehrsatz den ich bey meiner Berechnung zum Grund gelegt habe, würde mit gleicher Leichtigkeit das Problem auch alsdann noch auflösen können, wann auser der specifischen Federkraft auch noch die Schwere veränderlich wäre. Die Subtangente verhält sich durchgehends zur Barometerhöhe, wie die Dichtigkeit des Quecksilbers zur Dichtigkeit der Luft; und die leztere steht im graden Verhältnisse der absoluten, und

im umgekehrten der specifischen Federkraft. Sehen wir also die Dichtigkeit des Quecksilbers als beständig an, so wird sich die absolute Federkraft der Luft zur specifischen verhalten müssen, wie die Barometerhöhe zur Subtangente. Allein sobald die Schwere veränderlich ist, so drükt die Barometerhöhe die absolute Elasticität der Luft nicht mehr aus; sondern die letzte steht vielmehr im zusammengesetzten Verhältnisse der Barometerhöhe und der absoluten Schwere. Es bleibt demnach übrig, daß die Subtangente im geraden Verhältnisse der specifischen Federkraft der Luft, und im umgekehrten der absoluten Schwere stehen müsse; und gesetzt also, daß beyde durch gewisse Functionen von x, dem Abstand vom Mittelpunkte, die specifische Federkraft nämlich durch E, und die absolute Schwere durch P ausgedrükt wäre; so wird die Differentialgleichung zwischen y und x, dem Barometerstande und der Höhe folgende seyn: $\frac{dy}{y} = \frac{P\,dx}{E}$.

In dem Falle einer gleichen specifischen Federkraft und einer Schwere, die sich umgekehrt wie die Entfernung vom Mittelpunkte verhielte, würde es sehr leicht seyn, die Gleichung zwischen Dichte und Entfernung vom Mittelpunkte daraus zu berechnen, die aus dem Werke ihres ersten Erfinders Newton in alle Schriften neuerer Mathematiker übergegangen ist.

Ein gewisser sehr schätzbarer Schriftsteller macht hier Schwierigkeiten, die meines Erachtens ziemlich über-

flüssig sind. Er bemerkt, daß im Fall einer Schwere, deren Richtungen auf einen Punkt hingehen, die Luftsäule nicht mehr cylindrisch, sondern ein umgekehrter Kegel sey, und also die Rechnung ganz anders angestellt werden müste. Allein er scheint sich nicht zu erinnern, daß der Druk eines flüssigen Körpers, seine Figur seye welche sie wolle, nicht anders als nach dem Produkt der Basis mit der Höhe, und also völlig eben so wie im Falle eines Cylinders geschätzt werden müsse. Daß also seine Besorgnis ungegründet ist, gesetzt auch daß es der Mühe werth wäre, eine Grösse mit in Rechnung zu bringen, die im Fall unserer Erde mit genauer Noth in der dreyhundert und sechzigsten Decimalstelle ein Plätzchen finden würde.

Ueberhaupt also hat eine verminderte Schwere auf die Subtangente, und auf die ganze Anordnung der Schichten unserer Atmosphäre eben den Einfluß, als eine in gleichem Verhältnis vermehrte specifische Federkraft; sie macht nämlich, daß Luft von gegebener Dichte, und gleicher specifischer Federkraft, dem Druk einer grössern Luftmasse widerstehen kan. Auf der Oberfläche unserer Erde ist die Schwere nicht ganz die nämliche; sie verhält sich wie die Pendullänge, und nimmt vom Aequator gegen die Pole hin merklich zu. Zu Rio Jama beynahe unter dem Aequator, ist nach der Beobachtung des Condamine die Länge des Sekundenpenduls 438, 84

Linien: zu Greifswalde, wo Mayer beobachtete, unter einer Breite von 54° 4′ ist sie 440, 83 Linien; und zu Pello, nach Maupertuis, bey 66° 48′ Norder Breite, 441, 17. Bey 30 Graden des Reaumur'schen Thermometers ist die Subtangente, theils aus de Luc's, theils aus Mayers Beobachtung 4596 Toisen. Sie würde also bey gleichem Grade des Thermometers zu Rio Jama 4575, 25 und zu Pello 4599, 55 Toisen lang, und also um ein merkliches verschieden seyn; blos aus der Ursache, weil vom Aequator gegen die Pole hin die Schwere zunimmt. Ich weis nicht ob diese Bemerkung von einem andern gemacht worden ist; allein es wäre der Mühe werth, bey Höhenmessungen darauf Rüksicht zu nehmen.

Aus dem bisher Gesagten erklärt sich vollkommen die Verschiedenheit, die sich zwischen Irwings und Bouguer's Beobachtungen befindet. Die letzteren stellte Bouguer nahe beym Aequator an; die erstere wurden auf der Insel Spitzbergen, unter dem achtzigsten Grade Norder Breite gemacht. Aus der Vergleichung von beyden wird es sehr wahrscheinlich, daß selbst bey gleichem Barometer- und Thermometerstande die Luft um die Pole herum dichter, als nahe beym Aequator ist. Der sehr natürliche Gedanke, daß eine vermehrte Schwere auf die Subtangente der logarithmischen Linie, die bey gleichem Barometerstande sich umgekehrt wie die Dich-

te der Luft verhält, eben die Wirkung thun mus als eine in gleichem Verhältnisse verminderte specifische Federkraft, rechtfertigt unsere Muthmassung, und bestimmt sie aufs allergenaueste. Nach den Beobachtungen von Condamine und Mayer verhalten sich unter 0° 2', und unter 68° 51' Norderbreite, die Längen der Sekunden-Pendel und folglich auch der absoluten Schweren wie 43896 : 44131, oder wie 1 : 1, 00535. In völlig gleichem Verhältnisse nimmt demnach auch bey gleichem Barometer- und Thermometerstande die Dichte der Luft vom Aequator gegen die Pole hin, zu.

Die bisher ausgeführten Begriffe von absoluter und specifischer Elasticität führen uns noch auf einige andere Lehrsätze, die ohne weitere Versuche das Ansehen der Demonstration für sich haben, und die für die Aerologie unentbehrlich sind.

Gesetzt es würden zwey Luftarten von gleicher absoluter Federkraft, die aber ungleiche Räume einnehmen, so vermischt, daß das Volumen der Mischung die Summe ihrer beyden vorigen Räume ist, so wird die absolute Federkraft der Mischung bey diesem Volumen noch dieselbe seyn, die sie zuvor war, ihre specifischen Federkräfte mögen seyn welche sie wollen. In der That wird unter dieser Voraussetzung keine von der andern mehr gedrükt, als sie es schon vor der Mischung war,

und es mus daher nach der Mischung die absolute Federkraft noch unverändert dieselbe seyn.

Gesetzt nunmehr, es würden zwey Luftarten unter einander gemischt, deren absolute Federkräfte P und p, und deren Volumina V und v sind; man fragt, was diese in dem Raum $V + v$ ausgedehnt, nach der Mischung für eine absolute Elasticität ausüben werden? Nach dem Lehrsatze, daß bey gleicher Masse die absolute Federkraft einer Luft sich umgekehrt wie ihr Volumen verhält, würde die absolute Federkraft der letztern Luft gleichfalls P, und daher der erstern gleich gewesen seyn, wann ihr Volumen nicht v, sondern $\frac{pv}{P}$ gewesen wäre. Alsdann aber würden nach dem vorigen Satze, beyde Luftarten unter einander gemischt, und in den Raum $V + \frac{pv}{P} = \frac{PV + pv}{P}$ ausgedehnt, noch die nämliche absolute Federkrafi P ausgeübt haben. Unter dem Volumen $V + v$ werden sie vermischt eine absolute Elasticität ausüben, die sich nach dem umgekehrten Verhältnis der Räume sehr leicht bestimmen läst; sie wird seyn $\frac{PV + pv}{V + v}$. Das ist, man multiplicire die absolute Federkraft jeder Luft mit ihrem Volumen, und dividire die Summe der Produkte durch die Summe der Räume; der Quotient wird die gesuchte absolute Elasticität seyn.

Nehmen wir ferner an, die specifische Federkräfte beyder Luftarten seyen E und e, ihre Massen aber M und m gewesen: man verlangt zu wissen, welches die specifische Federkraft der Mischung seyn werde. Sie wird gleich seyn, der absoluten Federkraft durch die Dichte dividirt; das ist mit dem Volumen multiplicirt und durch die Masse dividirt. Allein die Masse der Mischung ist $M + m$; und wann ihr Volumen $V + v$ seyn soll, so ist alsdenn ihre absolute Elasticität $\frac{PV + pv}{V + v}$, nach dem vorigen Satze. Es ist demnach die specifische $\frac{PV + pv}{M + m}$. Allein nach der angenommenen Erklärung der specifischen Federkraft verhält sich das Produkt der absoluten Federkraft mit dem Volumen wie das Produkt der specifischen Federkraft mit der Masse. Man setze demnach ME statt PV und me statt pv; so wird die specifische Federkraft der Mischung seyn $\frac{ME + me}{M + m}$. das ist: man multipliciere die Masse jeder Luftart mit ihrer specifischen Federkraft, und dividire die Summe der Produkte durch die Summe der Massen, der Quotient wird die specifische Federkraft der Mischung sey.

Aus dieser Regel hätte man sich sehr leicht überzeugen können, daß die atmosphärische Luft aus dephlogistisirter und fixer Luft allein nicht zusammengesetzt seyn kan.

Beyde Luftarten haben eine geringere specifische Federkraft als die atmosphärische, indem die erstere 95, und die letztere nur 68 ist; sie können also in keinem Verhältnisse mit einander gemischt eine Luftart erzeugen, die specifisch elastischer wäre, als jeder ihrer beyden Bestandtheile für sich war. Allein um so viel glüklicher ist die jetzt beynahe allgemeine Hypothese der Aerologie, daß der vierte Theil einer gegebenen Masse atmosphärischer Luft, dephlogistisirte; etwa der sechzehnte Theil fixe; und das übrige größtentheils phlogistisirte sey. Nach den Versuchen des Fontana über die specifische Leichtigkeit der eben genannten Luftarten, müssen die specifischen Federkräfte der atmosphärischen, der dephlogistisirten, der fixen, und der phlogistisirten Luft in dem Verhältnisse der Zahlen 100, 95, 68, 109 stehen. Nach dem vorigen Lehrsatze also müste die specifische Federkraft der gemeinen Luft als eine Mischung von vier Theilen dephlogistisirter, einem Theil fixer, und eilf Theilen phlogistisirter Luft gleich seyn $\frac{380 + 68 + 1199}{16} = \frac{1643}{16}$; und dies ist ein Bruch, der die eigentliche Zahl 100 um ein sehr kleines übertrift. Bedenken wir, daß die gemeine Luft ein sehr zusammengesetztes Wesen ist, dessen luftiger Grundstoff schon nichts weniger als einfach ist, und der noch ausser dem eine Menge Körper aufgelöst enthält; daß unsere Erklärung des Worts, phlogistisirte Luft, nichts weniger als bestimmt ist, und daß

nach

nach der Bemerkung des Hrn. Prof. Lichtenberg mehrere unserer sogenannten phlogistisirten Luftarten sich der fixen Luft allzusehr nähern, um unter jene Klasse gezählt werden zu können; daß endlich die Versuche über die specifische Leichtigkeit verschiedener Luftarten die schwersten und feinsten sind, die in das Gebiet des Naturforschers gehören; und man wird gestehen müssen, daß bey einer so willkührlich scheinenden Hypothese eine so genaue Uebereinstimmung mit den Lehrsätzen der specifischen Federkraft kaum zu erwarten war.

Die drey bisher bewiesenen Lehrsätze gründen sich darauf, daß, wann die absoluten Federkräfte der Bestandtheile einer Mischung unter sich gleich waren, die absolute Federkraft der gemischten Luftart selbst bey gleichem Volumen unverändert bleiben müsse. In jedem andern Falle wird die specifische Federkraft der Mischung dem vorhergehenden Lehrsatze nicht mehr gemäs seyn. Es fällt also hier der Fall weg, wann beyde Luftarten unter sich eine gewisse Affinität ausüben, die von der Attraktion oder Repulsion der Bestandtheile verschieden ist, woraus jede besteht; und wie sollte hier die specifische Federkraft der Mischung, bey den so sehr ausdehnbaren Luftarten, der allgemeinen Regel immer gemäs seyn können, da schon bey festen Körpern die Naturlehre längst bemerkt hat, daß nur in den wenigsten Fällen die spe-

cifische Schwere einer Mischung nach der alten Regel des Archimedes mit Gewisheit bestimmt wird.

Das noch unaufgelöste Problem, die specifische Federkraft der Mischung zweyer Luftarten bey ungleichen Graden der Wärme zu finden, setzt die Kenntnis der specifischen Wärme, und der Dilatabilität voraus. Eine Anweisung dazu werden wir weiter unten geben.

Ich habe im vorhergehenden erinnert, daß nach allgemeinen Grundsätzen der Hydrostatik die Geschwindigkeit einer Luft von gegebener specifischer Federkraft, mit der sie sich in den leeren Raum ergiest, diejenige seyn müsse, die einer Fallhöhe zugehört, die ihrer Subtangente gleich ist. Allein, so bald diese hinausströmende Luft nicht den leeren Raum vor sich findet, sondern ihr eine andere widersteht, deren absolute Federkraft zwar geringer als der erstern, aber doch nicht Null ist, so wird auch die Geschwindigkeit der bewegten Luft nicht mehr so seyn können, wie sie nach unserm vorigen Lehrsatze bestimmt war. Gesetzt man habe zwey Luftmassen von ungleicher absoluter Federkraft, so daß bey der einen die grössere Barometerhöhe H, bey der andern aber die kleinere h statt finden mus, und die Subtangente der erstern seye S. Die der Geschwindigkeit der bewegten Luft zugehörige Fallhöhe, die im Falle von $h = o$, die ganze

Subtangente S gewesen wäre, wird nun in dem Verhältnisse vermindert werden müssen, in welchem die grössere der beiden Barometerhöhen mit ihrem Unterschiede steht; und es verhält sich demnach die stärkere beyder absoluten Federkräfte zu dem Unterschiede der zwischen ihnen ist, wie die Subtangente der erstern zu der Fallhöhe, die der Geschwindigkeit zugehört, mit welcher sie ihre Stelle verlassen mus. Nennen wir also diese leztere Geschwindigkeit in Fussen für eine Sekunde ausgedrükt, c, so würde man nach dem vorher angeführten Lehrsatze der Hydrostatik die Gleichung erhalten $cc = \frac{4fS\,(H-h)}{H}$; und umgekehrt $H-h = \frac{ccH}{4fS}$.

Die Auflösung beider Probleme ist in der Theorie des Windes von der weitläufigsten Anwendung. Jede Bewegung in der Luft hat ihren Grund in dem gehobenen Gleichgewichte zwischen den absoluten Federkräften zweier benachbarter Luftschichten; und da die absolute Federkraft durch die Barometerhöhe immer angezeigt wird, der sie proportional bleibt; so läst sich daher die Geschwindigkeit des Windes in Fussen bestimmen, die auf eine gegebene Veränderung der Barometerhöhe erfolgen mus; und umgekehrt läst sich auch die Veränderung der Barometerhöhe berechnen, die einen Wind von gegebener Geschwindigkeit erzeugt haben konnte. Ueberhaupt wird bey gleicher Veränderung der Baro-

meterhöhe, die bewegte Luft alsdann schneller gehen, wann sie specifisch elastischer, oder wann sie wärmer ist. Allein da sie alsdann in gleichem Verhältnisse specifisch leichter seyn mus, so wird ihr Stos auf eine senkrechte Fläche von gegebener Grösse immer gleich stark seyn, ihre specifische Federkraft sey welche sie wolle.

Die folgende Tabelle kan zu dieser Kenntnis etwas beytragen. Es ist bey ihr der zwanzigste Grad des Reaumur'schen Thermometers zum Grunde gelegt, wo die Subtangente 4405 Toisen, oder 26630 Fusse beträgt. Die Barometerhöhe H ist hier 10000 angenommen; und die Verminderung der Barometerhöhe in 10000 Theilchen des ganzen ausgedrükt; wäre daher die Barometerhöhe 27 Zoll 9 $\frac{1}{7}$ Linien, so würde eines dieser 10000 Theilchen dem 30sten Theile einer Linie gleich. Die andere Reihe enthält die Geschwindigkeit des Windes in Fussen ausgedrükt. Sie fängt bey 15 an, weil noch langsamere Winde in solchen Veränderungen der Atmosphäre ihren Grund haben, die zu klein sind, um am Barometer bemerkt zu werden; sie hört bey 100 auf, weil dies ungefähr die schnellste Bewegung der Luft in sehr heftigen Stürmen ist.

Geschwindigkeit des Windes in Fussen.	Fall des Barometers in Zehntausendtheilchen des Ganzen.
15	1, 399
18	2, 014
21	2, 742

24	.	.	.	.	3, 581
27	.	.	.	.	4, 532
30	.	.	.	.	5, 595
33	.	.	.	.	6, 770
36	.	.	.	.	8, 057
39	.	.	.	.	9, 456
42	.	.	.	.	10, 967
45	.	.	.	.	12, 590
48	.	.	.	.	14, 325
51	.	.	.	.	16, 171
54	.	.	.	.	18, 129
57	.	.	.	.	20, 200
60	.	.	.	.	22, 382
64	.	.	.	.	25, 465
68	.	.	.	.	28, 748
72	.	.	.	.	32, 230
76	.	.	.	.	35, 910
80	.	.	.	.	39, 790
84	.	.	.	.	43, 868
88	.	.	.	.	48, 146
92	.	.	.	.	52, 622
96	.	.	.	.	57, 297
100	.	.	.	.	62, 172

Man sieht deutlich aus dieser kleinen, und auf den zuverlässigsten Lehrsätzen vom Gleichgewichte flüssiger Körper gegründeten Tabelle, wie leichte Veränderungen

in der absoluten Federkraft einer Luftschichte, und der Barometerhöhe schon zur Erklärung sehr heftiger Winde hinreichend sind. Eine Verminderung oder Vermehrung der absoluten Federkraft, die noch nicht den 150sten Theil des ganzen, und also kaum zwey Linien in der Barometerhöhe beträgt, ist schon fähig einen Wind von 100 Fussen in einer Sekunde zu erzeugen; und um Winde am Barometer bemerken oder vorhersagen zu können, die nicht mehr als 30 Fusse in einer Sekunde zurüklegen, hierzu würde eine ganz andere Konstruktion des Barometers erfordert, die es für uns weit empfindlicher machte. Es kömmt noch dazu, daß vermuthlich die erforderlichen Veränderungen in der Atmosphäre um einen Wind von gegebener Geschwindigkeit zu erzeugen, kleiner sind als meine Tabelle sie ausweist; indem schon unsere, auf gleichen Grundsätzen beruhende Theorie vom Tone versichert, daß unsere Rechnung überhaupt zu wenig gebe.

Die Theorie der Winde setzt eine Menge von Beobachtungen voraus, die noch nicht gemacht sind; und auch alsdann noch eine Integralrechnung, gegen welche die von Newton, Leibnitz und Bernoulli auf uns gebrachte Analysis in keinen Vergleich zu setzen ist. D'Alembert und la Grange musten ganz neue Theile der Infinitesimalrechnung erfinden, um ihre Mathematik bis dorthin ausdehnen zu können;

und überhaupt ist jede Rechnung über die Bewegung der Luft, eine für den Naturforscher und den Geometer gleich schwere Arbeit.

Die bisher erklärten Grundsätze über die speeifische und absolute Elasticität machen es uns möglich, noch ein ander Problem in seiner völligen Allgemeinheit aufzulösen, das bisher nur unter der sehr eingeschränkten Voraussetzung einer von beyden Seiten gleichen specifischen Federkraft, und auch alsdann noch nicht allgemein genug aufgelöst war. Man stelle sich zwey Gefässe, jedes von einem gegebenen körperlichen Jnhalt vor, die unter sich, durch eine gewisse Oefnung von gegebener Grösse eine Gemeinschaft haben, so daß der Weg aus dem einen in das andere offen steht. Jn jedem von ihnen befindet sich eine gegebene Masse von Luft, die ungleiche Dichten, uud dabey ungleiche svecifische Federkräfte haben, und daher ungleiche absolute Federkräfte ausüben. Man verlangt die Zeit zu wissen, nach welcher die Luft in jedem von beyden Gefässen eine gegebene Dichte haben mus, und zugleich diejenige, nach welcher die Bewegung der Luft aus dem einen Gefässe in das andere ganz aufgehört haben soll.

Es seye	für das erste Gefäs:	für das zweyte
das Volumen . .	A . .	B
die specifische Federkraft .	E . .	F .

die Masse der Luft . M . . . N

die Dichte . . . $\frac{M}{A}$ . . . $\frac{N}{B}$

die absolute Federkräfte . $\frac{ME}{A}$ . . . $\frac{NF}{B}$;

so wird nach den vorher erklärten Lehrsätzen die relative Subtangente, die dem Quadrate der Geschwindigkeit proportional ist, mit welcher die mit stärkerer absoluter Federkraft versehene Luft sich in das andere Gefäs zu ergiessen anfängt, ausgedrükt seyn durch $\frac{MEB - NFA}{MEB}S$; vorausgesezt daß S die Subtangente sey, die der specifischen Federkraft der erstern zukömmt.

Gesezt nunmehr, daß zu Ende der Zeit t, in Sekunden ausgedrükt, die Luftmasse x aus dem erstern Gefäs in das zweyte übergegangen sey; so wird alsdann in dem erstern die Luftmasse $M - x$, im andern aber $N + x$ enthalten seyn; die Dichte der erstern ist $\frac{M - x}{A}$, und der leztern $\frac{N + x}{B}$. Die specifische Federkraft der erstern ist noch wie zuvor E; die Federkraft der leztern aber $\frac{NF + Ex}{N + x}$. Die absolute Federkräfte beider Luftmassen sind nunmehr $\frac{EM - Ex}{A}$, und $\frac{FN + Ex}{B}$; die relative Subtangente also, die dem Quadrate der Ge-

schwindigkeit proportional ist, mit welcher die erstere Luft sich in die leztere ergiest, wird seyn

$$\frac{(MBE - NAF) - (AE + BE)\,x}{(M - x)\,BE}\,S.$$

Man setze $MBE - NAF = a$, und $AE + BE = b$; so wird die relative Subtangente $\frac{(a - bx)}{(M - x)\,BE}\,S$. Die Geschwindigkeit also ist $\sqrt{\frac{4fS\,(a - bx)}{(M - x)\,BE}}$; und der Raum, der in dem Zeittheilchen dt beschrieben wird $= dt\sqrt{\frac{4fS\,(a - bx)}{BE\,(M - x)}}$. Gesezt nunmehr die Mündung seye h; so wird die unendlich kleine Luftmasse, die während dem Zeittheilchen dt aus dem erstern Gefäs in das andere übergeht, ausgedrükt seyn durch $\frac{h\,dt}{A}\sqrt{\frac{4fS\,(a - bx)\,(M - x)}{BE}}$; und da diese zugleich dx seyn mus, so erhalten wir daher die Differential-Gleichung zwischen t und x, $\frac{hdt}{A}\sqrt{\frac{4fS}{BE}} =$

$$\frac{dx}{\sqrt{(a - bx)\,(M - x)}};$$ eine Gleichung, die nach den gewöhnlichen Vorschriften integrirt, mit Zusetzung der beständigen Grösse folgende seyn wird: $\frac{ht}{A}\sqrt{\frac{4fS(A+B)}{B}} =$

$$Log\,\frac{\sqrt{bM} + \sqrt{a}}{\sqrt{bM} - \sqrt{a}} - Log\,\frac{\sqrt{b(M - x)} + \sqrt{(a - bx)}}{\sqrt{b(M - x)} - \sqrt{(a - bx)}}.$$

Die absoluten Federkräfte werden beyde unter sich gleich seyn, und die Bewegung der Luft also wird völlig aufhören, wenn $a - bx = o$. Die Zeit also t, nach wel-

cher die Bewegung der Luft aus dem ersten in das andere Gefäs völlig vorbey seyn mus, ist durch folgende Gleichung ausgedrükt

$$\frac{ht}{A}\sqrt{\frac{4\int S\,(A+B)}{B}} = Log\,\frac{\sqrt{bM}+\sqrt{a}}{\sqrt{bM}-\sqrt{a}}.$$

Unsere Ausdrükke werden noch mehr abgekürzt, wann $\frac{a}{b} = \frac{MBE - NAF}{AE + BE} = O$ gesetzt wird. Die Zeit t, in welcher die Luftmasse x aus dem ersten Gefässe ins andere übergegangen seyn mus, ist alsdann in folgender Gleichung enthalten: $\frac{ht}{A}\sqrt{\frac{4\int S(A+B)}{B}} =$

$$Log\,\frac{\sqrt{M}+\sqrt{O}}{\sqrt{M}-\sqrt{O}} - Log\,\frac{\sqrt{(M-x)}+\sqrt{(O-x)}}{\sqrt{(M-x)}-\sqrt{(O-x)}}.$$

Und für die Zeit t, nach welcher die Bewegung der Luft aus dem ersten Gefäs in das andere vorüber seyn mus: $\frac{ht}{A}\sqrt{\frac{4\int S\,(A+B)}{B}} = Log\,\frac{\sqrt{M}+\sqrt{O}}{\sqrt{M}-\sqrt{O}}.$

O ist offenbar die Luftmasse, die vom Anfang des Ausflusses an, bis zur völligen Wiederherstellung des Gleichgewichts aus dem erstern Gefäs in das andere übergegangen seyn mus.

Beyspiel. Es seye der Inhalt des erstern Gefässes 5400, des letztern 8640 Kubikfussen gleich. Die specifischen Federkräfte seyen sieben und eins. Die Massen

endlich 756 und 810. Diese sowohl, als die Dichten und die absoluten Federkräfte enthält folgende Tabelle

	I.	II.
Volumen . .	5400 .	8640
Masse . . .	756 .	810
specifische Federkraft .	7 .	1
Dichte . . .	1400 .	937
absolute Federkraft .	9800 .	937

Die Luftmasse O, die bis zur Wiederherstellung des Gleichgewichts aus dem erstern Gefässe ins andere übergehen mus, ist in unserm Falle 420, 72. Beyde Luftarten verhalten sich alsdann folgendermassen:

Volumen . .	5400 .	8640
Masse . . .	335 .	1231
specifische Federkraft .	7 .	3
Dichte . . .	621 .	1424
absolute Federkraft .	4346 .	4346

Man erhält aus diesen Werthen, die Quadratwurzel aus $\frac{O}{M} = 0,746$; und es wird daher $\frac{\sqrt{M}+\sqrt{O}}{\sqrt{M}-\sqrt{O}} = \frac{1746}{254}$. Der hyperbolische Logarithmus dieses Bruches ist 1,927749. Es seye ferner die Oefnung *h* dem zwanzigtausendsten Theile eines Quadratfusses, oder einer Qua-

dratlinie gleich; und die Subtangente, die bey der zum Grunde liegenden Temperatur der gemeinen Luft zugehört, seye 4500 Toisen, oder 27000 Fusse. So wird $\frac{A}{h}\sqrt{\frac{B}{4\int S\,(A+B)}} = 66564$. Die Zeit also, nach welcher der Ausflus völlig vorüber seyn mus, ist in Sekunden ausgedrükt 128319: das ist, 35 Stunden, 38 Minuten, 38 Sekunden.

Besondere Fälle der allgemeinen Aufgabe, aber auch solche, die in der ausübenden Naturlehre von ungleich grösserm Gebrauche sind, würden diejenigen seyn, die man in dem zehnten Abschnitte von **Bernoulli's** Hydrodynamik aufgelöst finden kann, obgleich nur für die sehr eingeschränkte Voraussetzung, daß beyde Luftarten, die im Probleme vorkommen, nur gemeine Luft sind; und auch alsdann noch findet sich in diesem Werke so wenig als in allen andern des **Daniel Bernoulli** die Anweisung, wie für jeden gegebenen Grad des Thermometers die Geschwindigkeit der Luft zu bestimmen sey; die überhaupt für **Bernoulli's** Zeitalter noch viel zu frühe war. Ich meyne nämlich die beyden Voraussezzungen, daß die Luft entweder aus dem unendlichen Raume in den endlichen, oder aus dem endlichen in den unendlichen sich ergiesse.

Ich nehme das lezte Problem zuerst vor mich. Die specifische Elasticität beyder Luftarten bleibt

hier von Anfang bis zu Ende die nämliche; und die Aufgabe ist daher ungleich leichter. Es seye das Volumen des erstern Gefässes, aus dem die gemeine Luft ausströmt, A; die Masse dieser Luft, M; ihre specifische Federkraft E, und die specifische Federkraft der äussern Luft F; endlich die Dichten beyder Luftarten P und Q. Es seye ferner die Subtangente der eingeschlossenen Luft S und die Oefnung h. Die relative Subtangente also, die im Anfange des Ausflusses statt hat, ist $\left(1 - \frac{FQ}{EP}\right)S$. Ich setze n statt des Bruchs $1 - \frac{FQ}{EP}$, der das Verhältnis ausdrükt, in welchem der Unterschied beyder absoluter Federkräfte zur grössern von beyden steht; und so wird die relative Subtangente im Anfange der Bewegung nS. Allein wann nach der Zeit t in Sekunden ausgedrükt, aus dem Gefässe die Luftmasse x entwichen ist, so wird alsdann die relative Subtangente nur noch seyn $\frac{nM - x}{M - x}S$. Es läst sich hieraus leicht die Geschwindigkeit, und aus ihr die unendlich kleine Luftmasse berechnen, die während dem Zeittheilchen dt aus dem Gefässe ausströmen mus; sie ist $dx = \frac{hdt\sqrt{4fS(nM - x)(M - x)}}{A}$. Sie führt uns auf die Differentialgleichung $\frac{hdt\sqrt{4fS}}{A} = \frac{dx}{\sqrt{(nM - x)(M - x)}}$; deren Integral mit Zuziehung

der beständigen Grösse seyn wird $\frac{ht\sqrt{4fS}}{A} =$

$$Log\,\frac{1+\sqrt{n}}{1-\sqrt{n}} - Log\,\frac{\sqrt{(M-x)}+\sqrt{(nM-x)}}{\sqrt{(M-x)}-\sqrt{(nM-x)}}.$$

Die Zeit des völligen Ausflusses wird hierdurch bestimmt

$$t = \frac{A}{h\sqrt{4fS}}\,Log\,\frac{1+\sqrt{n}}{1-\sqrt{n}}.$$

In der zweyten Aufgabe seye das Volumen und die Masse derjenigen Luft unendlich gros, aus welcher ein Theil in das Gefäs einfliessen soll, das entweder luftleer, oder mit einer Luftart angefüllt ist, deren absolute Federkraft geringer ist. Es seyen die absoluten Federkräfte der äussern und innern Luft E und F, ihre Dichten P und Q; der körperliche Inhalt des Gefässes B, und die darinn enthaltene Luftmasse N. Soll der Buchstabe n dieselbe Bedeutung haben wie im vorigen Probleme, so ist die relative Subtangente im Anfange der Bewegung wieder n S. Allein zu Ende der Zeit t wird die Luftmasse x in das Gefäs sich ergossen haben; ihre Masse ist alsdenn $N+x$; ihre Dichte $\frac{NQ+Qx}{N}$; ihre specifische Federkraft $\frac{NF+Ex}{N+x}$; und ihre absolute Federkraft $\frac{(NF+Ex)\,Q}{N}$; die relative Subtangente also $\left(n-\frac{Qx}{NP}\right)$S. Ihre Geschwindigkeit, so wie die

unendlich kleine Luftmasse dx, die während dem Zeittheilchen dt in das Gefäs einfliest, läst sich sehr leicht hieraus berechnen; und die letzte insbesondere wird seyn $dx = \frac{PN}{BQ} hdt \sqrt{4 f S \left(n - \frac{Qx}{PN}\right)}$. Die Differenzialgleichung, die daraus entsteht, nach den gewöhnlichen Regeln integrirt, wird mit Zuziehung der beständigen Grösse folgende seyn:

$$\frac{ht\sqrt{4fS}}{B} = \sqrt{n} - \sqrt{\left(n - \frac{OQ}{PN}\right)};$$

und die Zeit also, nach welcher das Gleichgewicht zwischen der äussern und innern Luft ganz wiederhergestellt seyn mus, ist $t = \frac{B\sqrt{n}}{h\sqrt{4fS}}$.

Ich habe bisher die specifische Federkraft als eine für sich bestehende Eigenschaft der Luftarten, und noch nicht für das, was sie wirklich ist, nämlich für die sehr zusammengesetzte Wirkung einfacherer Ursachen angesehen. Sie ist es gleichwohl, und ohne auf die allerersten Principien elementarischer Wesen zurük zu gehen, die noch für uns mit einem geheimnisvollen Dunkel umgeben sind, so gibt es noch zwey Eigenschaften der elastischen Wesen, von deren wirklichem Daseyn die neuere Aerologie uns überzeugt, die vermuthlich für jede der Luftarten, die wir kennen, verschieden sind, und mit welchen die specifische Federkraft in der genauesten Ver-

bindung steht. Meine Absicht ist allein diese, mit Hülfe der neuern Versuche ein Problem aufzulössen, das bisher noch unaufgelöst war; nämlich wann zwey gegebene Massen verschiedener Luftarten, deren specifische Federkraft, specifische Wärme, und Dilatabilität man kennt, bey ungleichen Graden der Wärme unter einander gemischt werden, welches wird die specifische Federkraft, die specifische Wärme, und die Dilatabilität der Mischung seyn?

Ich stelle mir hier zwo Luftarten vor, die bey gleichem Grade des Thermometers von ungleicher specifischer Federkraft sind. Man weis, daß verstärkte specifische Federkraft bey Luftarten eben so die unmittelbare Wirkung einer vermehrten Wärme sey, wie es bey nicht elastischen Körpern die Vermehrung des Volumens einer gegebenen Masse ist. Und da wie bekannt, feste Körper durch gleiche Grade der Wärme nach sehr ungleichen Verhältnissen ausgedehnt werden, so läst sich schon zum voraus erwarten, daß bey Luftarten diese Ungleichheit noch weit grösser seyn wird, indem die Wärme überhaupt auf elastische Wesen weit stärker als auf nicht elastische wirkt. Ich werde diese Eigenschaft elastischer Wesen ihre **Dilatabilität oder Ausdehnbarkeit** nennen. Die Dilatabilität der gemeinen Luft ist jetzt noch die einzige, deren Verhältnisse mit Gewisheit bestimmt sind, so verschieden auch darüber die Angabe der Schriftsteller ist.

Nach

Nach Mayer wird die Luft von einem Grade des Reaumur'schen Thermometers um $\frac{1}{220}$ ihres Volumens ausgedehnt; nach de Luc ist dieses Verhältnis $198\frac{3}{4}:1$. Nach la Caille $270:1$, nach Lambert $216:1$.

Um die nothwendigen Gesetze der Dilatabilität besser einzusehen, so weit sie ohne alle Versuche durch genauere Bestimmung dieses Worts allein bestimmt werden können, so erinnere man sich an die vorhergegangenen und bewiesenen Lehrsätze über die Mischung verschiedener Luftarten. Die specifische Federkraft einer Mischung zu finden, multiplicire man die Masse jeder Luftart mit ihrer specifischen Federkraft, und dividire die Summe der Produkte durch die Summe der Massen. Die absolute Federkraft der Mischung hängt alsdann immer noch von dem Raume ab, den sie einnehmen soll; und allein wann dieser der Summe der beyden Räume gleich seyn soll, die beyde Luftarten vorher einnahmen, so wird die absolute Federkraft der Mischung der Quotient seyn, den man erhält, wann die absolute Federkraft jeder Luft mit ihrem Volumen multipliciert, und durch die Summe der Räume dividirt wird. Beyde Lehrsätze wollen so viel sagen, daß bey jeder Mischung zweyer Luftarten, der Unterschied absoluter Federkräfte nach dem Verhältnis ihrer Räume, der Unterschied der specifischen Federkräfte aber nach dem Verhältnis ihrer Massen vertheilt werde. Beyde Sätze

sind unter der angenommenen Voraussetzung in der grösten Strenge wahr; und sie können mit unter die Reihe der Lehrsätze aufgenommen werden, die die Basis einer Aerologie seyn müssen, weil sie die Demonstration für sich haben.

Es seyen demnach die specifischen Federkräfte zweyer Luftarten ausgedrükt durch E, *e*. Ich nehme an, dies seye bey o Graden des Reaumur'schen Thermometers wahr. Bey jedem höhern Grade des Thermometers wird die specifische Federkraft beyder Luftarten nach der Anzahl der Grade, in einem gewissen beständigen Verhältnisse vermehrt werden. Gesetzt für einen Grad des Thermometers seye dieses Verhältnis dasjenige von $1 : 1 + n$. So wird bey einem gewissen Grade des Reaumur'schen Thermometers R die specifische Federkraft der erstern Luft seyn $E(1 + NR)$; und die specifische Federkraft der letztern Luft bey dem Grade r, $e(1 + nr)$.

Die beyden beständigen Grössen N, n, die vermuthlich für jede Luftgattung anders sind, werde ich die Koefficienten der specifischen Federkraft, oder auch die Koefficienten der Ausdehnbarkeit nennen.

So lange sich diese Koefficienten nicht genau umgekehrt verhalten wie die specifischen Federkräfte selbst, so wird nothwendig ein gewisser Grad des Thermometers angegeben werden können, wo die specifischen Federkräfte

beyder Luftarten unter sich gleich seyn müssen; und dieser Grad wird ausgedrükt seyn durch $\frac{E-e}{ne-NE}$. So lang Zähler und Nenner dieses Bruchs beyde zugleich bejaht oder verneint sind, so fällt derselbe Grad über die Null des Thermometers; allein er fällt unter sie, wann von beyden Gliedern dieses Bruchs der eine bejaht, der andere verneint ist.

Das erste Problem ist nun dasjenige, den Koefficienten für eine Mischung von zwo Luftgattungen zu finden, wann der Koefficient jeder unter ihnen insbesondere bekannt ist. Es seye demnach eine Mischung von zwo Luftmassen, M und m; ihre specifischen Federkräfte seyen E, e; ihre Koefficienten N, n; sie seyen noch dabey auf die Grade des Reaumur'schen Thermometers R, r erwärmt. Unter sich gemischt, werden sie eine mittlere Temperatur annehmen müssen; sie seye ausgedrükt durch x Grade. Allein bey diesem Grade des Thermometers ist die specifische Federkraft der erstern Luft $E(1+Nx)$; und der letztern $e(1+nx)$; die specifische Federkraft der Mischung also nach der allgemeinen Regel wird seyn $\frac{ME(1+Nx)+me(1+nx)}{M+m}$; das ist $\frac{ME+me+(MEN+men)x}{M+m}$; oder $\frac{ME+me}{M+m}\left(1+\frac{MEN+men}{ME+me}x\right)$. Würde die Tem-

peratur beyder Luftarten *o* gewesen seyn, so wäre ihre specifische Federkraft $\frac{ME+me}{M+m}$. Es folgt hieraus, daß der Bruch $\frac{MEN+men}{ME+me}$ bey der Mischung eben die Stelle des Koefficienten der Federkraft vertritt, den die Brüche N und *n* bey jeder unter ihnen vor der Mischung vertraten; der Koefficient der Federkraft ist also $\frac{MEN+men}{ME+me}$; die Temperaturen beyder Luftarten, die specifische Wärme, und ihre gemeinschaftliche Temperatur nach der Mischung seye welche sie wolle.

Das Produkt der Federkraft mit dem Koefficienten der Ausdehnbarkeit, oder EN, stellt hier eine Zahl vor, die jeder Luftart insbesondere eigen zu seyn scheint, für jede durch Versuche bestimmt werden kann, allein von der Temperatur jeder Luftart ganz unabhängig, und für jeden Grad des Thermometers eben dieselbe ist. So wie ich hier beyde Grössen E und N angenommen habe, so sollten sie sich zwar beyde auf die Temperatur des zergehenden Eises beziehen; allein da bey vermehrter oder verminderter Wärme die eine von ihnen im umgekehrten Verhältnisse der andern fortgeht, so bleibt auch ihr Produkt für jeden Grad des Thermometers unverändert und eben dasselbe. Es seye zum Beyspiel die specifische Federkraft einer gewissen Luftart, E für die Temperatur des zergehenden Eises, oder *o*; F bey dem

Grade des Thermometers c; und x bey dem Grade t. Es ist alsdann $E:F = 1:1+Nc$; und $E:x = 1:1+Nt$. Demnach auch $F: x = 1+Nc : 1+Nt$. Es kan dieses Verhältnis nicht ganz dasjenige von $1:1+N(t-c)$ seyn; sondern den wahren Grundsätzen der Proportion gemäs erhalten wir $\frac{x}{F} = \frac{1+Nt}{1+Nc} = 1 + \frac{N(t-c)}{1+Nc} = 1 + \frac{EN(t-c)}{F}$. Die Grösse also $\frac{EN}{F}$ drükt hier das Verhältnis, in welchem die specifische Federkraft für einen Grad des Thermometers vermehrt wird, in Beziehung auf die Temperatur c eben so aus, wie es der einfache Koefficient N für die Temperatur des zergehenden Eises, oder o ausdrükte. Allein eben diese Grösse, mit F, oder mit der specifischen Federkraft multipliciert, die der Temperatur c zugehört, giebt wieder das Produkt EN. Es bleibt demnach dieses Produkt für jeden Grad des Thermometers, für jede Temperatur der Luftart von der die Rede ist, in geometrischer Schärfe unverändert und eben dasselbe.

Die zweyte Frage des Naturforschers ist nun diejenige, welches die gemeinschaftliche Temperatur der Mischung seyn werde? Ohne Versuche wird die Auflösung dieses Problems den Gebrauch einer Hypothese voraussetzen, die man aber verlassen mus, so bald sie von der Erfahrung wiederlegt wird.

Die erste sehr natürliche Vermuthung sollte diese seyn, daß der Unterschied beyder Temperaturen sich nach dem Verhältnisse beyder Massen vertheilen sollte. In der That ist dies die Hypothese die bey der Richmannischen Regel zum Grunde liegt, und nach ihr würde der Grad der die Temperatur der Mischung ausdrükt, folgender seyn: $\frac{MR+mr}{M+m}$. Die specifische Federkraft der Mischung wäre alsdann $=\frac{ME+me}{M+m}\left(1+\frac{MEN+men}{ME+me}\cdot\frac{MR+mr}{M+m}\right)$; und also verschieden von unsrer allgemeinen Regel über die specifische Federkraft einer Mischung verschiedener Luftarten, die uns auf den offenbar verschiedenen Ausdruk führt, $\frac{ME+me}{M+m}\left(1+\frac{MENR+menr}{ME+me}\right)$. Die Richmannische Regel also auf Luftarten angewandt, giebt zwar der Mischung eine nach der Regel der Allegation mittlere Temperatur, allein keine mittlere specifische Federkraft; der Unterschied ihrer Grade vertheilt sich nach dem Verhältnisse der Massen, aber nicht der Unterschied ihrer specifischen Federkräfte; und eben so wenig wird auch die absolute Federkraft der Mischung diejenige seyn, die sie nach dem Verhältnisse der Räume seyn sollte.

Die zweyte Vermuthung wäre diejenige, daß nicht die Grade des Thermometers, sondern der Unter-

schied der specifischen Federkräfte nach dem Verhältnisse der Massen vertheilt werde. Sie erfordert, daß die specifische Federkraft der Mischung sey = $\frac{ME(1+NR)+me(1+nr)}{M+m}$. Es seye nun der gemeinschaftliche Grad der Temperatur x, so müste nach eben diesem Grundsatze die specifische Federkraft der Mischung seyn $\frac{ME(1+Nx)+me(1+nx)}{M+m}$.

Beyde unter sich gleichgesetzt, so erhalten wir $x = \frac{MENR+menr}{MEN+men}$: ein Ausdruk der zwar der einen Bedingung des Problems ein Genüge leistet, daß die specifische Federkraft unter beyde Luftarten nach dem Verhältnisse der Massen vertheilt werden; aber nicht der andern, daß die Temperatur der Mischung zwischen den Temperaturen der gemischten Luftarten, nach dem Verhältnisse der Massen die mittlere sey. Nach dieser Hypothese also müste für jede von beyden Luftarten zuerst das Produkt EN, das nicht von der Temperatur, nicht von der Masse, nicht von der specifischen Wärme abhängt, berechnet, und dann erst in dem allgemeinen Ausdrukke der Temperatur der Mischung, an die Stelle der Masse allein, diese Masse mit dem zugehörigen Werthe des Produkts EN multipliciert, gesetzt werden.

Beyde Hypothesen führen uns also auf ganz verschiedene Resultate; auch gehen sie beyde von sehr verschie-

denen Voraussetzungen aus. Sollten sie einerley seyn, so müste bey der Null des Reaumur'schen Thermometers die specifischen Federkräfte aller Luftarten unter sich gleich, und dann erst bey jedem andern Grade die Unterschiede der specifischen Federkräfte genau der Anzahl der Grade proportional seyn; und da beyde Voraussetzungen so weit entfernt sind bewiesen zu seyn, so wird man sich nicht wundern, wann beyde auf so sehr verschiedene Lehrsätze führen. Es ist ein sehr grosser Unterschied zu sagen, der Unterschied der specifischen Federkräfte wird nach dem Verhältnisse der Massen vertheilt, oder der Unterschied der Grade des Thermometers vertheilt sich unter beyde Luftarten so, wie es das Verhältnis ihrer Massen nach der Allegations Regel erfordert.

Genau angestellte Versuche über die Wärme, die erst in der neuesten Periode der Naturlehre ihr Daseyn erhalten haben, überzeugen uns, daß von beyden weder die eine noch die andere gegründet sey. Sie sagen uns, daß wirklich jede der beyden Massen M und m noch mit einer andern Zahl multipliciert werden müsse, um in dem allgemeinen Ausdrukke der Temperatur der Mischung $\frac{MR+mr}{M+m}$ brauchbar zu seyn; allein sie versichern zugleich, daß diese Zahl weder die Einheit, noch NE, das Produkt der specifischen Federkraft mit dem Koefficienten der Dilatabilität, sondern eine besondere Zahl

seye, die jeder Luftart insbesondere eigen, von ihrer Masse und von ihrem Volumen unabhängig ist, und ohne alle willkührliche Hypothese nur durch Versuche bestimmt werden kan. Es ist dies keine andere als die **specifische Wärme.**

Man stelle sich zwey Massen verschiedener Körper, sie seyen elastisch oder nicht, beym nämlichen Grade des Thermometers vor. Eine vermehrte Wärme wird die Temperatur von beyden so erhöhen, daß das Thermometer in jeder von ihnen über der Reaumur'schen Nulle stehen mus, da es zuvor auf *o* stand. Allein es ist nicht der geringste Grund da zu vermuthen, daß eine gleiche Vermehrung von wirklicher Wärmematerie im Körper auf das ihnen ausgesetzte Thermometer so wirke, daß das Quecksilber oder der Weingeist in beyden Fällen um gleich viel steigen mus. Man mag sich die Wärme vorstellen als die Wirkung eines sehr schnellen Reibens in den innersten Theilen des Körpers, oder mit ungleich mehr Wahrscheinlichkeit, als eine besondere Materie, die so wie alle andere ihre Trägheit, ihre Undurchdringlichkeit, ihre besondere Verwandschaftstabelle mit allen andern Körpern der Natur, und ihre beynahe unendlich geringe specifische Schwere hat; so wird für jeden Körper ein gewisser Zusatz von Wärme erfordert werden, damit seine Temperatur der Entscheidung des Thermometers zufolge, um einen Grad steige; ein gewisser Zu-

satz von Wärme, der für jede Gattung von bekannten Körpern verschieden seyn kan, und den neueren Versuchen zufolge, es wirklich ist. Die eigentliche Quantität Wärme also, die zu der im Körper schon vorhandenen Wärme hinzukommen mus, damit die Temperatur einer gegebenen Masse dieses Körpers, nach dem Thermometer zu urtheilen, um einen Grad erhöhet werde, dies ists, was wir nach der sehr vernünftigen Erklärung der Herren Lavoisier und de la Place specifische Wärme nennen. Es ist hier überhaupt nur von der freyen Wärme die Rede, die so wie sie wirklich im Körper ist, auf das Thermometer wirkt; und nicht von der gebundenen, die, wegen ihrer Affinität mit den besondern Theilen des Körpers, in ihm gleichsam fixirt ist, mit ihm solche Verbindungen eingeht, wie jeder Körper in der Natur mit dem andern eingehen kann, und erst alsdann auf das Thermometer wirken wird, wann diese Verbindung gehoben ist.

In dem Falle, wann die Mischung zweyer Körper keine eigentlich sogenannte chemische Mischung, sondern eine blose Aggregation ihrer Theilchen ist, bey der jeder der beyden gemischten Bestandtheile, weder in seine Elementen zerlegt wird, noch irgend eine neue Verbindung eingeht, sondern gemischt völlig die Natur beybehält, die er vor der Mischung auch hatte; so wird die Quantität freyer, und auf das Thermometer wir-

kender Wärme nach der Mischung dieselbe seyn die sie zuvor war. Ist alsdann die Temperatur der Mischung die mittlere zwischen den beyden Temperaturen, die jeder Körper vor der Mischung für sich hatte, so wird bey dieser Vertheilung der eine von beyden Körpern Wärme verlohren, und der andere Wärme gewonnen haben. Die Grösse des erstern sowol, als des letztern wird in einem zusammengesetzten Verhältnisse stehen; sie mus geschätzt werden nach dem Unterschiede zwischen der Temperatur der Mischung und der Temperatur jedes der beyden Körper vor der Mischung, in Graden des Thermometers ausgedrükt; nach der Wärme die erfordert wird, um die Temperatur einer gewissen Masse von jedem der beyden Körper, z. B. eines Pfundes, um einen Grad des Thermometers zu erheben; und nach der Anzahl der Pfunde die der Körper enthält. Das leztere ist die Masse des Körpers selbst, in Pfunden ausgedrükt; das vorhergehende, seine specifische Wärme.

Es seyen demnach zwey Luftmassen M, m; ihre specifischen Wärmen Q, q; die zugehörigen Grade des Thermometers R, r; und die Temperatur der Mischung x; so ist es die Gleichung $MQ\,(R-x) = mq\,(x-r)$, die aus der Bedingung einer gleichen Quantität freyer Wärme vor und nach der Mischung natürlich fliest, und die uns den Grad der Temperatur der Mischung

zu erkennen giebt, $x = \frac{MQR + mqr}{MQ + mq}$; und eben so für drey und mehrere Körper $x =$

$$\frac{MQR + mqr + m'q'r' + m''q''r'' + \&c.}{MQ + mq + m'q' + m''q'' + \&c.}$$

Eine noch genauere Untersuchung führt uns ganz natürlich auf den Ausdruk, der der specifischen Wärme der Mischung eigen seyn mus; sie wird seyn, für zween Körper, $\frac{MQ + mq}{M + m}$; für drey $\frac{MQ + mq + m'q'}{M + m + m'}$; für noch mehrere $\frac{MQ + mq + m'q' + m''q''}{M + m + m' + m''}$; oder überhaupt man multiplicire die Masse jeder Luftart mit ihrer specifischen Wärme, und dividire die Summe aller Produkte durch die Summen der Massen; der Quotient wird die specifische Wärme der Mischung seyn.

Es ist mit dieser leztern Formel alles zur Auflösung des Problems vorbereitet, die specifische Federkraft einer Mischung zweyer Luftarten zu finden, wann die Masse einer jeden, ihre specifische Federkraft für die Temperatur des zergehenden Eises, ihre specifische Wärme, und ihre Ausdehnbarkeit durch gleiche Grade der Wärme gegeben sind, und jede noch ausserdem auf ungleiche, aber gegebene Grade des Thermometers erwärmt ist. Es seyen also die Massen dieser zwey Luftarten M, m; ihre specifische Wärmen Q, q; ihre specifischen Federkräfte bey der Temperatur des zergehenden Eises E, e;

ihre Koefficienten der Ausdehnbarkeit N, n; und endlich seye die eine auf den Grad des Thermometers R, die andere auf r erwärmt. Vor der Mischung also wird die specifische Federkraft der erstern Luft E (1 + NR), der andern $e\,(1 + nr)$ seyn. Die Wärme wird sich unter beyde so vertheilen wie sie sich nach den Grundsätzen der specifischen Wärme vertheilen soll; und der Grad der Wärme der Mischung wird seyn $\frac{MQR + mqr}{MQ + mq}$.

Beyde Luftarten nach der Mischung, stellen ein zusammengesetztes Wesen vor, für welches der Koefficient der Ausdehnbarkeit ist $\frac{MEN + men}{ME + me}$; und dessen specifische Federkraft bey der Temperatur des zergehenden Eises seyn würde $\frac{ME + me}{M + m}$. Die specifische Federkraft der Mischung also ist durch folgende Formel ausgedrükt, die für zwey Luftarten nicht leicht einfacher gemacht werden kan, und die sehr leicht auf drey und noch mehrere ausgedehnt werden könnte:

$$\frac{ME + me}{M + m}\left(1 + \frac{MEN + men}{ME + me} \times \frac{MQR + MQr}{MQ + mq}\right).$$

Es ist diese Formel allerdings von derjenigen verschieden, die wir vorhin ohne Rüksicht auf specifische Wärme bestimmt haben, und die sich allein auf den Lehrsatz gründete, daß die specifische Federkraft einer Mischung

zweyer Luftarten gleich sey der Summe der Produkte aus der Masse jeder Luftart mit ihrer specifischen Federkraft, dividirt durch die Summe der Massen. Diese leztere war $\frac{ME(1+NR)+me(1+nr)}{M+m} =$

$\frac{ME+me}{M+m}\left(1+\frac{MENR+menr}{ME+me}\right)$. Sie seye A; und unsere vorige, auf den Lehrsatz der specifischen Wärme gegründete Formel, B. So ist A — B =

$$\frac{MENR+menr}{M+m} - \frac{MEN+men}{M+m} \times \frac{MQR+mqr}{MQ+mq}$$

$$= \frac{(MENR+menr)(MQ+mq)-(MEN+men)(MQR+mqr)}{(M+m)(MQ+mq)}$$

$$= \frac{Mm(R-r)(ENq-enQ)}{(M+m)(MQ+mq)}.$$

Es sind demnach zwey Fälle da, bey welchen der Unterschied zwischen der erstern und leztern Formel verschwinden mus. Der eine hat alsdann statt, wann $R=r$, das ist, wann beyde Luftarten auf gleiche Grade erwärmt sind. In diesem Falle ist ohnehin $\frac{MQR+mqr}{MQ+mq} = R$; und es wird daher überflüssig, bey der Berechnung der specifischen Elasticität der Mischung auf specifische Wärme Rüksicht zu nehmen. Es ist gleichwohl meine Formel nur in der Einschränkung wahr, wann durch die Mischung keine zuvor gebundene Wärme frey gemacht, und keine freye gebunden wird, sondern die ganze Summe freyer Wärme vor und nach der Mischung eben die-

selbe ist. In diesem Fall müste die Summe von Wärme gegeben seyn, die frey gemacht oder die gebunden würde; und dann wäre die Auflösung des Problems keinen Schwierigkeiten unterworfen.

Die zweyte Bedingung, damit die durch die letztere Formel gefundene Elasticität der erstern gleich seye, erfordert daß $ENq = enQ$, oder $Q:q = EN:en$; das ist, daß die specifische Wärme sich verhalte wie das Produkt der specifischen Federkraft jeder Luft, mit dem zugehörigen Koefficienten ihrer Ausdehnbarkeit. Alsdann ist

$$B = \frac{ME+me}{M+m} + \frac{MEN+men}{M+m} \times \frac{MENR+menr}{MEN+men} = \frac{ME+me}{M+m} + \frac{MENR+menr}{M+m} = \frac{ME(1+NR)+me(1+nr)}{M+m}$$

Allein $E(1+NR)$ und $e(1+nr)$ drükken die specifischen Federkräfte beyder Luftarten vor der Mischung aus. In dem einzigen Falle also, wann die specifische Wärme Q dem Produkte EN Proportional ist, bleibt die Auflösung unsers Problems der Allegations-Regel gemäs: man multiplicire die Masse jeder Luftart mit ihrer specifischen Federkraft, und dividire die Summe der Produkte durch die Summe der Massen.

In jedem andern Falle ist zwischen der specifischen Federkraft der Mischung, so wie die Grundsätze der specifischen Wärme sie erfordern, und sie nach der Allega-

tions = Regel gewesen wäre, ein Unterschied da. Nennen wir die letztere A, die erstere B, so ist A — B = $\frac{Mm(R-r)(ENq-enQ)}{(M+m)(MQ+mq)}$: ein Ausdruk der bejaht seyn wird, so lange beyde Faktoren $R-r$ und $ENq-enQ$ bejaht, oder so lange beyde verneint sind: allein sobald der eine unter ihnen bejaht, der andere aber verneint ist, so wird der Unterschied A — B verneint, und B grösser als A seyn. So lange demnach die erwärmtere von beyden Luftarten diejenige ist, die in Vergleichung mit dem ihr zugehörigen Produkt E N die kleinste specifische Wärme hat, so geht durch die Mischung beyder Luftarten an ihrer specifischen Federkraft etwas verloren, und diese letztere wird nach der Mischung kleiner seyn, als sie nach dem blossen Verhältnis der Massen und der specifischen Federkräfte vor der Mischung, hätte seyn sollen. Allein wann von beyden Luftarten die erwärmtere diejenige ist, für welche das Verhältnis E N : Q das kleinste ist, und die also mit dem ihr zugehörigen Produkte E N verglichen, die gröste specifische Wärme hat, so ist die specifische Federkraft der Mischung allemal stärker, als sie für ebendieselben Massen und specifischen Federkräfte beyder Bestandtheile, aber ohne dieselbe Ungleichheit der Wärme, nach den gewöhnlichen Verhältnissen der Allegations = Regel gewesen wäre.

Gesetzt

Gesetzt zum Beyspiele, es würden zwo Luftarten unter einander gemischt, bey welchen unsere gegebene Grössen folgende Werthe hätten.

$M = 1$, $m = 10$; $E = 12$, $e = 1$; $N = \frac{1}{48}$, $n = \frac{1}{216}$; $R = -15$, $r = +40$; $Q = 1$, $q = 80$;

Und demnach

$EN = \frac{1}{4}$, $en = \frac{1}{216}$; $\frac{Q}{EN} = 4$, $\frac{q}{en} = 17280$; $ENq = 20$; $enQ = \frac{1}{216}$; $ME = 12$, $me = 10$; $MEN = \frac{1}{4}$, $men = \frac{10}{216}$; $MENR = -\frac{15}{4}$, $menr = +\frac{50}{27}$; $MQ = 1$, $mq = 800$; $MQR = -15$, $mqr = 32000$.

Die specifische Federkraft der Mischung beyder Luftarten, wann sie bey der Temperatur des zergehenden Eises miteinander gemischt worden wären, würde gewesen seyn 2; denn dies ist für diesen Fall der Werth der Formel $\frac{ME + me}{M + m}$.

Der Koefficient der Ausdehnbarkeit der Mischung, nach der Formel $\frac{MEN + men}{ME + me}$ bestimmt, ist $\frac{1}{74}$. Er ist demnach dem Koefficienten der erstern Luftart ungleich näher als dem Koefficienten der letztern, ohngeachtet ihrer überwiegenden Masse.

Der Grad der Wärme der Mischung, nach der Richmann'schen Formel $\frac{MR + mr}{M + m}$ bestimmt würde

gewesen seyn + 35. Der Grad der Wärme hingegen, so wie er hätte seyn müssen, wann die specifische Federkraft der Mischung zwischen den specifischen Federkräften beyder Luftarten vor der Mischung, der Allegations Regel zufolge hätte die mittlere seyn sollen, ist vermöge der Formel, $\frac{MENR + menr}{MEN + menr} = -6,406.$

Die bey diesem Grade der Wärme statthabende specifische Federkräfte endlich, nach der Formel $\frac{ME + me}{M + m} \left(1 + \frac{MENR + menr}{ME + me}\right)$ berechnet, ist $A = 1,827.$ Sie ist demnach geringer, als sie gewesen wäre, wann beyde Luftmassen vor der Mischung die Temperatur des zergehenden Eises gehabt hätten. Bey dieser Federkraft würde die Mischung beyder Luftarten unter einem Volumen das der Summe der vorigen Räume gleich wäre, noch die nämliche absolute Federkraft ausüben, die vor der Mischung jede für sich ausgeübt hatte; vorausgesetzt, daß sie vor der Mischung gleiche absolute Federkräfte ausübten.

Der Koefficient $\frac{Q}{EN}$ ist hier 4; allein $\frac{q}{en} = 17280.$ Die erwärmtere von beyden Luftarten ist hier diejenige, die verglichen mit dem Werthe des ihr zugehörigen Produkts EN, die gröste specifische Wärme hat; es wird demnach der eine Faktor bejaht seyn, indem der andere Faktor $R - r$ verneint ist. Der ganze Unterschied $A - B$

erhält also in unserm Falle einen verneinten Werth: und es erhält bey dem angenommenen Verhältnis der specifischen Wärme, $Q : q = 1 : 80$, die Mischung eine ungleich grössere specifische Federkraft, als diejenige wäre, die in Rüksicht auf die Masse, und specifische Federkraft beyder Luftarten allein, nach der Allegations-Regel berechnet würde.

Der Faktor $ENq - enQ$ ist hier $= \frac{4319}{216}$; der andere $R - r = -55$. Es ist ferner $Mm = 10$, $M + m = 11$, und $MQ + mq = 801$. Es wird demnach der Unterschied beyder Federkräfte $A - B$, nach der Formel $\frac{Mm\ (R-r)\ (ENq - enQ)}{(M+m)\ (MQ+mq)}$ berechnet, seyn $-1{,}250$. Und die wirkliche specifische Federkraft der Mischung wird daher ausgedrükt werden durch $3{,}076$.

In der That ist der Grad der Wärme der Mischung zufolge der Formel $\frac{MQR + mqr}{MQ + mq} = 40$. Der Koefficient der Ausdehnbarkeit ist $\frac{MEN + men}{ME + men} = \frac{1}{74}$; und die specifische Federkraft der Mischung bey der Temperatur des zergehendes Eises würde seyn $\frac{ME + me}{M + m} = 2$. Man erhält daher die wirkliche specifische Federkraft der Mischung $= 3{,}076$.

Die in den leztern Abschnitten allgemein vorgetragenen und bewiesenen Formeln führen uns noch auf einige Folgsätze.

Die specifische Federkraft einer Mischung zweyer Luftarten bey gleicher Temperatur, hängt nicht von ihrem Volumen, nicht von ihrer specifischen Wärme, nicht von ihrer Ausdehnbarkeit, sondern von der Masse einer jeden, und der specifischen Federkraft ab, die bey dieser Temperatur jeder unter ihnen eigen ist. Nach der von uns bewiesenen Formel bestimmt, wird die specifische Federkraft der Mischung gerade diejenige seyn, die erfordert wird, damit die absolute Federkraft nach der Mischung völlig so ein arithmetisches Mittel zwischen den absoluten Federkräften beyder Luftarten vor der Mischung seye, wie es aus dem Verhältnis der Arithmetik ganz natürlich fliest; und sollten die absolute Federkräfte beyder Luftarten vor der Mischung unter sich gleich gewesen seyn, so würde die absolute Federkraft der Mischung noch dieselbe seyn, aber unter einem Volumen, das genau die Summe der beyden Räume jeder Luftart vor der Mischung wäre.

Die Ausdehnbarkeit einer Mischung zweyer Luftarten hängt nicht von ihrem Volumen, nicht von ihrer specifischtn Wärme, und nicht von der sehr zufälligen Ungleichheit der Grade der Wärme ab, bey welchen sie mit einander gemischt worden sind; sondern allein von der Masse einer jeden, ihrer Ausdehnbarkeit, und ihrer specifischen Federkraft, bey der Temperatur des zergehenden Eises. Die Regel hat ihre sehr leichte Anwen-

dung auf die Ausdehnbarkeit fester oder flüssiger, aber nicht elastischer Körper. In dem Falle nämlich, wann die absoluten Federkräfte zweyer Luftarten unter sich gleich sind, verhält sich das Produkt der Masse mit der specifischen Federkraft wie das Volumen; und meine Regel will alsdann nicht mehr sagen als: man multiplicire das Volumen jeder Luftart mit dem Koefficienten ihrer Ausdehnbarkeit, und dividire die Summe der Produkte durch die Summe der Räume. Völlig eben dieses ist nun auch die Regel die Ausdehnbarkeit einer Mischung von zweyen festen oder flüssigen, aber nicht elastischen Körpern zu finden. Nach Erxlebens Tafel, dehnt sich das Wasser vom Gefrier- bis zum Siedpunkte um 0,037, der Weingeist aber um 0,087 seines Volumens aus. Sieben Maas Weingeist also mit drey Massen Wasser gemischt, machen eine Mischung aus, deren Ausdehnbarkeit 0,072, und also genau diejenige des Leinöls wäre.

Sollten zwey ungleich erwärmte Luftarten unter einander gemischt, eine specifische Federkraft ausüben, die der obigen Vorschrift gemäs genau zwischen den beyden die mittlere wäre, und bey welcher also unter gleichem Volumen die absolute Federkraft noch eben dieselbe wie vor der Mischung seyn könnte, so müste der Grad der Wärme der Mischung seyn $\frac{MENR + menr}{MEN + men}$. Man sieht

hieraus, daß bey der ganz andern Richmannischen Regel auf die Bedingung einer vor und nach der Mischung sich gleich bleibenden absoluten Federkraft nicht die geringste Rücksicht genommen ist; und daß wann dieselbe der Natur gemäs wäre, bey der Mischung zweyer Luftarten nie dasselbe Gesetz statt haben könnte, das während der gleichförmigen Vertheilung der Wärme unter beyde Luftarten ihre absolute Federkraft unverändert bleibe. Bey unserer neuern Theorie der specifischen Wärme würde dieses Gesetz in dem Falle statt haben, wann es durch Versuche bewiesen wäre, daß die specifische Wärme eines Körpers überhaupt sich bey festen Körpern verhalte, wie ihre Ausdehnbarkeit durch ihre specifische Schwere dividirt; und bey Luftarten, wie ihre Ausdehnbarkeit mit ihrer specifischen Federkraft bey der Temperatur des zergehenden Eises multiplicirt. Das letztere wird noch so lange unentschieden bleiben, als die Naturlehre noch nicht mit den dazu gehörigen Versuchen unterstützt ist; allein daß das erstere zuverlässig falsch seye, dies sagen uns die schon bekannten Tafeln über die Ausdehnbarkeit, specifische Schwere, und specifische Wärme verschiedener fester und flüssiger Körper.

Ich endige mein Buch mit einer sehr scharfsinnigen Bemerkung der Herren Lavoisier und de la Place. Unsere Versuche über die specifische Wärme geben uns nie die Verhältnisse zwischen der absoluten Menge der Wärme in Körpern zu erkennen; sie sagen uns nur in

welchem Verhältnisse die absoluten Mengen der Wärme stehen müssen, um ihre Temperatur um eine gleiche Anzahl von Graden zu erheben; sie sagen uns also nie, welches das Verhältnis der Mengen von absoluter Wärme, die in ihnen befindlich ist, sondern nur welches das Verhältnis ihrer Differentiale sey. Gesetzt (denn dies ist vermuthlich der Sinn ihrer Worte) die absolute Menge der Wärme in einem Körper seye x, in einem andern von gleicher Temperatur y. Eine gewisse Menge neuer absoluter Wärme wird unter sie beyde vertheilt; und nach der Vertheilung seye die Wärme im erstern $x + dx$, im letztern $y + dy$. So ist das Verhältnis $dx : dy$, durch das Verhältnis der Massen dividirt, dasjenige, was wir bisher **Verhältnis der specifischen Wärme** genannt haben. Dieses für das Verhältnis der absoluten Menge der Wärme ansehen, könnte nur unter der Voraussetzung wahr seyn, daß dx sich verhalte wie x, und dy wie y. Allein der Vorrath unserer gegenwärtigen Versuche verstattet uns durchaus nicht, einen Lehrsatz für ein beständiges Gesetz der Natur anzunehmen, der noch durch keine Versuche erwiesen ist; und der, wann es erlaubt ist nach Wahrscheinlichkeit zu urtheilen, durch Versuche eher widerlegt als bestätigt werden würde.

Drukts Johann Heinrich Heitz, Univ. Buchdr.

Bayerische Staatsbibliothek München

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Kramp, Christian, 1760-1826

Geschichte der Aerostatik historisch, physisch und mathematisch ausgeführt

Bd.: [3]

Strasburg 1786

Math.a. 131 l-2/3
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10080849-3
VD18 80195741